# Professor Edward Gick Richardson, B. A., Ph. D., D. Sc. 1896—1960

Edward Gick Richardson was born at Watford in July 1896 and was educated at the Coopers' Company School and afterwards at East London (now Queen Mary) College of London University where he graduated during the First World War. A period of war service followed in which he served with the balloon

section of the R.A.F., and this experience no doubt stimulated his later attachment to problems in aerodynamics and physical meteorology. After demobilisation Richardson taught for a short period at Kilburn Grammar School and then returned to his old college to carry out research under Professor C. H. Lees. In 1923 he was appointed as lecturer in the physics department at University College, London, and he remained there for the next eight years. The acoustical research he did in this period led to the award of the D.Sc. degree of London University and at the same time it formed the foundation of his subsequent international reputation as a leading worker in the fields of acoustics and ultrasonics.

In 1931, Richardson was appointed a physics lecturer at King's College, Newcastle upon Tyne, and there he remained

until his death in March of this year. He was made a Reader in 1943 and in 1956 he became the one and only Professor of Acoustics ever appointed in a British University. He published some ninety scientific papers covering a wide field of enquiry including such acoustical topics as phonetics and speech analysis, sound absorption and relaxation phenomena in liquids and gases, Aeolian and edge tones, sound propagation in tubes and in the atmosphere, etc., and he also made measurements of viscosity using acoustical techniques and investigated many hydrodynamic-acoustical prob-lems concerned with liquid jets and suspensions and with turbulence. His experimental work was characterised by a simplicity of apparatus and he was always keen on starting investigations on new topics. Richardson was also involved in writing or editing about a dozen books concerned with acoustics and his textbook on sound has run into many editions. He had also acted as the English editor of the international journal Acustica ever since its inception in which he had taken a prominent part.

Richardson was always ready to lecture on his work and he had accepted invitations to do so from most European countries, India, United States and Canada and in 1947 he spent a term as visiting Professor of Physics in Cairo University. He was also responsible for the only regular course of lectures on accustics

given specifically to architects in Britain. During 1955-57 he was a Leverhulme Research Fellow. In the early years (1940-42) of the Second World War, he acted as scientific adviser to the Mine Design Department of the Admiralty and from 1942 to 1945 he advised the Royal and Marine Aircraft Establishments. This contact with the Ministries was maintained after the war on his return to King's College, Newcastle, when he took up research problems on their behalf. His research school on acoustics at Newcastle was a flourishing one and the first of its kind in Acoustics in a British University.

Richardson was an active member of a number of scientific societies and during the past few years had been in turn the chairman of the Acoustics Group of the Physical Society and of the Rheological Society.

Besides his ability as a scientist Richardson was an accomplished musician and played both the organ and piano and for thirteen years had sung tenor as a voluntary member of the choir of Durham Cathedral. Until recently he had made the journey from Newcastle to Durham (15 miles apart) and back twice every Sunday by cycle. This provided him with a form of exercise in which he participated throughout his life and he must have been one of the oldest members of the Cyclist Touring Club. Since the early 1930's he had also been very keen on English folk dancing and was a keen member of the University Country Dancing Club.

Richardson was very modest and sincere, always most kind and helpful and his sudden passing leaves a gap in the ranks of workers in acoustics which will be difficult to fill. Our affectionate memories of him however will remain and his scientific published work will ever be a glowing testimony of his academic ability.

R. W. B. STEPHENS



## THE LOUDNESS OF DIRECTIONAL SOUND FIELDS

by D. W. Robinson and L. S. Whittle

National Physical Laboratory, Teddington, England

Summary

The loudness of progressive sound waves has been investigated subjectively as a function of the orientation of the source at frequencies in the range 1600 c/s to 10 kc/s, and extending over the three principal planes referred to the listener. Simultaneously, measurements of sound pressure were made at the ears of the listeners, which provide a satisfactory interpretation of the subjective results. It is concluded that loudness is determined solely by the sound pressures at the left and right ears if binaural summation in accordance with approximately the "6 dB law" is assumed. The results are intended as corrections to existing equal loudness relations for normally-incident sound waves. An extension to diffuse fields is still in progress.

#### Sommaire

On a étudié, par voie subjective, l'intensité d'ondes sonores progressives en fonction de l'orientation de la source pour des fréquences s'étendant de 1600 Hz à 10 kHz et ceci pour les trois plans principaux relatifs à l'auditeur. En même temps, on a fait des mesures de pression sonore aux oreilles de l'auditeur qui ont montré la parfaite correction des résultats subjectifs. On en a conclu que l'intensité est déterminée expressément par les pressions sonores exercées sur les oreilles droite et gauche si l'on admet que la sommation binauriculaire satisfait à la loi approximative: «loi des 6 dB». Ces résultats peuvent servir de corrections aux relations d'égale intensité établies pour les sons d'incidence normale. Une extension à un champ sonore diffus est actuellement en cours.

#### Zusammenfassung

Die Lautstärke fortschreitender Schallwellen wurde subjektiv in einem Frequenzbereich von 1,6 bis 10 kHz untersucht in Abhängigkeit von der räumlichen Lage der Schallquelle, die sich über alle drei Hauptebenen in bezug auf den Hörer erstreckte. Gleichzeitig wurden Schalldruckmessungen an den Ohren des Hörers vorgenommen, die eine befriedigende Erklärung der subjektiven Ergebnisse ermöglichen. Man kommt zum Ergebnis, daß die Lautstärke allein bestimmt wird durch die Schalldrucke am linken und rechten Ohr, wenn eine binaurale Summation entsprechend dem "6-dB-Gesetz" angenommen wird. Die Ergebnisse sind als Korrektur zu den existierenden gleichen Lautstärkebeziehungen für normal einfallende Schallwellen anzusehen. An einer Erweiterung auf diffuse Schallfelder wird gearbeitet.

#### 1. Introduction

The problem of noise demands attention both to the physical nature and the subjective effects of sounds. Although practical methods of noise control are most conveniently carried out in terms of the measurement and prediction of physical properties of sounds and structures, it is important always to relate these to the reactions of the listener, for where there is no listener there is generally speaking no noise problem. A listener's reaction to a noise can be assessed in various ways the aptness of which depends on circumstances. For example the annovance it causes may sometimes be the relevant criterion. On the other hand factors of this sort are not amenable to quantitative analysis, and for this reason the criterion of loudness, though of less generality, is more widely used because it has been shown to be capable of satisfactory numerical assessment.

To give definiteness to the measurement of loud-

ness, however, two conditions are necessary. Firstly, the values must reflect the judgement of typical listeners; in other words they must be based statistically on experimental observations by a reasonably large number of listeners. Secondly it is of great practical importance to standardize results so far as possible in order that values shall be correctly interpreted by all workers in the field. This is especially the case for sounds of simple character since procedures for estimating the loudness of more complex noises ultimately depend on the subjective properties of elementary sounds. Recent work in the acoustics section at the National Physical Laboratory has been devoted to obtaining an accurate knowledge of the loudness of various sounds, beginning with pure tones [1], and to promoting international agreement on such results as a basis for further developments of the

Direct subjective loudness determinations are too laborious for practical purposes, and are in any case valid only for the particular sounds tested. Whereas the complete loudness relations for simple sounds, such as pure tones or octave bands of random noise, can be summarized in a single diagram, this is not the case for noises in general which can only be specified by a great number of parameters. Calculations on the basis of physical measurements rather than direct subjective assessments are demanded. Successful calculating procedures for this purpose are based on analogy with the action of the hearing mechanisms, and underlying them therefore are the fundamental properties of the ear, a thorough understanding of which is essential for the development of methods of adequate generality and accuracy.

#### 2. Directional characteristics

One of the factors affecting perception of sounds is the direction from which they arrive. Sometimes there is no such direction: sounds heard indoors often approximate more closely to diffuse fields. Laboratory experiments, however, are generally carried out under simplified conditions, for instance with normally incident plane waves. This is done merely to give definiteness to the results, and it is of obvious practical importance to extend loudness relations to other directions of incidence and to diffuse fields. The existence of strongly directional effects in the perception of sounds also means that the results of laboratory experiments with earphone listening should be used cautiously for the prediction of effects involving binaural hearing.

This paper summarizes briefly the results of experiments relating the loudness of sounds incident in particular directions to that of the same sounds heard under the reference condition of normal incidence. Some indications for the case of diffuse fields are included. To avoid the difficulties of definition involved in the concept of a diffuse sinusoidal field we assume throughout that a narrow band of random noise can be substituted for a pure tone. Narrow in this context means (a) not so wide as to obscure frequency dependent effects, and (b) less than a critical band, so that from the point of view of loudness the energy may be regarded as concentrated at a single frequency in the band [2].

Directional effects are primarily acoustical (geometrical) in origin, i.e. they result directly from variations in the sound pressures at the ears as the direction of arrival of sound varies. In order to interpret the results for wider bands it is legitimate to average the effects over the appropriate band. With appropriate adjustment, therefore, the results in the paper may be applied to sounds with any spectra.

The directional characteristics of loudness perception are not predictable from acoustical measurements alone, owing to the inequality of sound pressure at the two ears in all cases except that of sounds incident in the median plane of the listener. The case of the diffuse field is unusual in that the pressures are equal only in a statistical sense but are instantaneously incoherent or only partially coherent <sup>1</sup>. Loudness in binaural hearing involves an additive process in the neural pathways beyond the peripheral organs of hearing which does not obey acoustical laws.

#### 3. Experimental measurements

The experiments described consist of determinations of the contours of equal loudness for varying angles of incidence of plane sound waves in three principal planes, for frequencies in the range 1 to  $10\,\mathrm{kc/s}$ , supplemented by sound pressure measurements in the free field and at the ears of each of the listeners. For the reason just given, we rely mainly on the subjective results: the sound pressure measurements however provide a valuable interpretation.

Sound pressure was measured with probe tube microphones having an orifice 5 mm in diameter. For measurements at the ear the probe tube was inserted from below, along the intertragic notch, and inclined slightly inwards and backwards so that the centres of the orifice and of the external ear canal lay in the same horizontal plane at a distance apart of 6 to 9 mm, depending on the listener. These conditions were adopted mainly because they are readily defined and produce repeatable results. Bearing in mind the number of listeners and measurements required for the main purpose of the investigation we considered it impracticable to attempt probe tube insertions deep into the meatus. Furthermore such measurements entail the use of much narrower probe tubes and become much more sensitive to the precise position, whilst the description and verification of the position itself becomes less easy. The external position adopted also has the advantage of facilitating direct comparison between the free-field and earphone hearing thresholds already published [1], [3].

Loudness measurements were carried out with the apparatus shown in Fig. 1 set up in an anechoic room. By rotation of the ring and the chair about horizontal and vertical axes respectively, the 12 loudspeakers used as sources could be brought to positions at intervals of  $30^{\circ}$  in the three principal

¹ The "correlation length" in a diffuse field is a function of frequency and of bandwith. For the average head the separation of the two ears results in almost complete incoherence for frequencies above about 3000 c/s.



Fig. 1. (a) Apparatus arranged for measurements in plane transverse to listener.

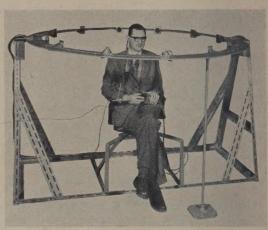


Fig. 1. (b) Apparatus arranged for measurements in listener's azimuth plane.

planes referred to the listener. By means of an adjustable headrest and cushions the centre of each listener's aural axis could be located at and maintained within 2 or 3 mm of the ring centre. The probe tube microphones were mounted adjustably to suit varying head widths and angles of insertion. For convenience the latter adjustment was arranged so that the orifice remained at a fixed point in space as the body of the microphone executed a conical motion. Using one of the sources as a standard the excitation of each of the other 11 required to produce equal loudness was determined by a group of 16 to 20 listeners (equal numbers of both sexes,

and all of normal hearing). The corresponding free-field sound pressures and sound pressure at the left and right ear of each listener were then recorded.

The results of the loudness measurements averaged for the group are shown in Fig. 2, in which the radial coordinate is the ratio of the free-field sound pressure of the source directly ahead to that

ahead dB above

side

behind below above

ahead

below above

Fig. 2. Equal-loudness contours for plane waves of constant intensity and variable Key to direction of source as seen by listener.

direction. Top row (left half-plane of figures):

Azimuth plane,

Top row (right half-plane of figures): Bottom row: Transverse plane,
Plane of symmetry.

of a source in any given direction in the three principal planes for the condition of equal loudness; the ratio is plotted in decibels and the sense is such that the greater the radius the louder the sound produced in that direction by a source of constant output. The direction of the source for maximum loudness moves about in space as the frequency changes. Direct

though relatively crude observation of the maxima was obtained by 2 listeners, and is consistent with the results shown. At 1600 c/s it is directly ahead but very slightly below the horizon, although this cannot be seen in Fig. 2; it then moves upwards and sideways until at 6400 c/s it is to the immediate right or left and rather above the horizon; at 8000 c/s it is slightly to the rear and high overhead; at 10 000 c/s there appear to be two distinct maxima, one high overhead and slightly forward, the other to the side and below the horizon. In the azimuth and transverse planes the experimental results were similar for equal angles about the plane of symmetry. For simplicity the results have been averaged and are shown only for the half-planes in the figure.

## 4. Interpretation of results

Sound pressure measurements at the ears of the listeners, averaged for the group, are shown in Fig. 3 in terms of the ratio to the free field pressure, expressed in decibels. More detailed measurements were obtained in the azimuth plane by rotating a loudspeaker about the listeners' heads at a radius of 160 cm giving a continuous record of the "obstacle effect" with angle. The double lobe towards the rear was observed with all heads, up to at least 5000 c/s. The curves as drawn in the figure for the azimuth and transverse planes refer to the right ear; corresponding values for the left ear are given by the appropriate mirror image. It is noteworthy that the presence of the head in the field produces (except on the shadow-side) a general rise in the sound pres-

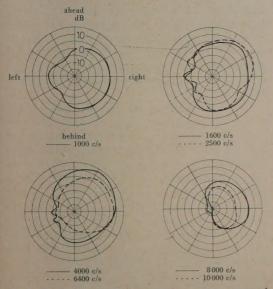
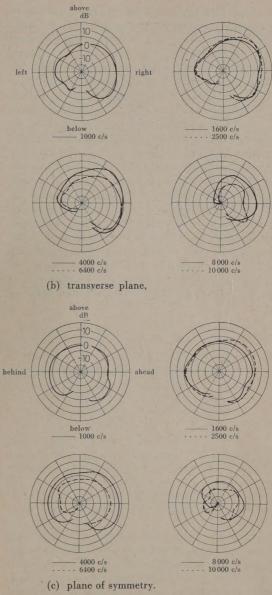


Fig. 3. Ratio of sound pressure at entrance to ear canal to free field sound pressure (average of 16 ears);(a) azimuth plane,



sure at the middle frequencies of the range, but at the highest frequencies the reverse happens, probably due to absorption of sound at the surface of the head.

From experiments such as those of Caussé and Chavasse [4] or Pollack [5], as summarized by the writer [6], the summation of loudness in binaural hearing would be expected to follow approximately a "6 dB" law, i.e. the effective level corresponding to a pair of sound pressure levels  $L_1$  and  $L_r$  presented simultaneously to the left and right ears would be given by  $6 \log_2 (2^{L_l/6} + 2^{L_r/6})$ . It should be noted that this represents an extension of the summation

principle implied in the references cited, which dealt only with equal stimulation at both ears. From the results shown in Fig. 3 it is possible to predict roughly the trend of the equal-loudness contours with angle by computing this expression for pairs of levels read from the figure and its mirror image. The general trend was confirmed but the agreement was found to be impaired by the fact that the sound pressures measured at the point external to the meatus were not strictly proportional to the eardrum pressures but depended to some extent on the direction of incidence of the sound at frequencies above 4000 c/s. The magnitude of this effect was investigated with the aid of a dummy head and body moulded with typical anatomical dimensions. The external meatus was made 2.5 cm long and 0.9 cm in diameter. The surface of the dummy head, pinna and meatus were treated with absorbing materials which were adjusted so that the dummy produced a normal incidence "obstacle effect" similar to that of a typical human head (see Fig. 4). Then by

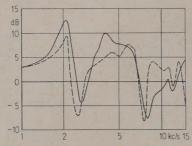
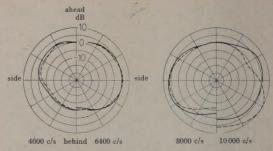


Fig. 4. Ratio of sound pressure at entrance to ear canal to that in free field for normally incident plane waves;

——— typical human head, ——— dummy head.

means of two probe tube microphones, one inserted along the intertragic notch as in the subjective experiments already described, and the other (of smaller bore, about 1 mm) inserted into the meatus, an estimate was obtained of the amount by which the sound pressures at the external position should be corrected to represent the eardrum pressures. Strictly speaking it is not the constant part of this difference but only its angular-dependent part that is required. With the aid of the corrected values the loudness contours for the azimuth plane were recalculated. With the exception of 10 000 c/s, where there remains a want of agreement, the calculated and subjectively determined loudness contours are in good agreement, as shown in the examples for the azimuth plane in Fig. 5.

The results of the loudness calculations depend on the formula for binaural summation, and although they do not depend very critically on the numerical



parameter it is interesting that the best agreement with the subjective values resulted with the parameter 6. In particular, energy summation which is represented by the corresponding parameter 3 and the formula  $3\log_2(2^{L_l/3}+2^{L_l/3})$  does not produce as good an agreement.

#### 5. Loudness of diffuse fields

The direct subjective assessment of the relative loudness of diffuse and plane wave fields is, as Jahn [7] has remarked, difficult to obtain, since it is necessary ideally to transfer the listener from a reverberation room to an anechoic room between the judgements. It is only in these acoustical environments that the two types of sound field can ordinarily be set up with the accuracy demanded. We are attempting to overcome this difficulty by setting up an artificial diffuse field in an anechoic room using a number of independent narrow band noise sources distributed spherically around the listener. By this means it is hoped to make direct subjective comparisons, without recourse to intermediate transfer comparison (such as an earphone) which would otherwise be required. These experiments will be described in a later paper.

The results given in this paper, however, enable a provisional estimate of the loudness of diffuse fields to be calculated, subject to the same assumptions as in calculating the loudness of directional sound fields, namely a suitable loudness summation law, and the neglect of phase. On the latter point the experiments of Garner and Wertheimer [8], Sandel et al. [9], and HIRSH and POLLACK [10] on binaural perception suggest that, at any rate for frequencies above 2 kc/s, the role of phase is negligible, whether in regard to localization or to loudness. It is therefore probably valid to regard the diffuse field as equivalent to a symmetrical sound field, and to compute the sound pressure at each ear as the root mean square of the pressure at the ear for a given free field sound pressure, averaged over a sphere.

A satisfactory demonstration of mean spherical calculations as regards sound pressures, is shown in Fig. 6. In this figure the circles show the spherical root mean squares calculated from the polar distri-

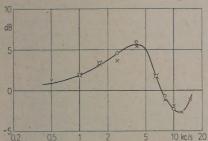


Fig. 6. Ratio of sound pressure at entrance to ear canal (mean of 16 ears) to the space-average sound pressure in diffuse field;

× measured (reverberation room),

o calculated (mean spherical).

butions of sound pressure at the external meatus position shown in Fig. 3. Direct experimental confirmation was obtained by comparing the sound pressure at the external meatus position of 20 listeners in a reverberant sound field with the space-average root mean square pressure in the reverberant field. To obtain the results each listener executed a "random walk" about the central part of the floor of a large reverberation room (normally used for absorption measurements) wearing the probe microphone harness. The space average was sampled over a similar region by an observer holding the microphone at arm's length.

Only a tentative estimate of the relation between diffuse field and normal incidence plane wave loudness is possible at this time, as it is necessary to take into account corrected sound pressure values referred to the eardrum before calculating the spherical averages, and reliable data for this step are available only for the model head. On the basis of these cor-

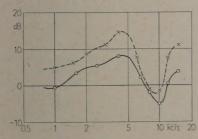


Fig. 7. Normal incidence diffraction of human head;

ration of sound pressure 6...9 mm outside ear canal to free field pressure (mean of 20 heads),

--- ratio of minimum audible pressure 7 mm outside ear canal (Dadson and King) to minimum audible free field (Robinson and Dadson).

rections, however, the calculated difference between the contours of equal loudness for diffuse and normally incident plane wave fields respectively does not amount to more than 2 or 3 dB. Except for the correction values the comparison is essentially the same as that between the sound pressure ratios at the entrance to the meatus and in the unobstructed field in the respective cases. For the diffuse field this ratio is shown in Fig. 6; values for the normally incident plane wave are given in Fig. 7. Comparison of the two curves shows that they are fairly similar in form. The similarity is to some extent coincidental and reflects the fact that normally incident plane waves produce neither extreme high nor extreme low sound pressures at the ear compared to other directions but values which are generally intermediate and so do not depart greatly from the spherical average at any frequency.

## 6. Form of the equal-loudness contours for normal incidence

The measurements of sound pressure near the entrance to the meatus enable the published values of the minimum audible field [1] (referred to the free field sound pressure) to be interpreted in terms of minimum audible sound pressure at the entrance to the meatus. It is instructive to compare the values so obtained with the published minimum audible sound pressures referred to the same position as obtained by earphone listening [3]. In Fig. 7 the solid line shows the ratio of sound pressure at the external meatus position to free field sound pressure for normally incident plane waves (i.e., from directly ahead) obtained in the present investigation 2. The dotted curve is the ratio of minimum audible pressure referred to a position 7 mm outside the entrance to the meatus (as given by Dadson and King [3] for earphone listening) to minimum audible free field pressure [1] for groups of normal listeners of corresponding age (18-25). The close similarity of the two curves proves that the frequency dependent part of the difference between minimum audible field and minimum audible pres-

 $<sup>^2</sup>$  The curve is the average for 20 heads; its principal features are a rise to some 8 dB at  $4\,\mathrm{kc/s}$  and a negative minimum value at about  $9\,\mathrm{kc/s}$ . The curves for individual heads, an example of which is given in Fig. 4, each show a strongly marked oscillatory feature around  $2.5\,\mathrm{kc/s}$  associated with resonance of the external auditory meatus. The frequency of occurrence, however, varies appreciably with the effective length of the meatus, and as a consequence the effect of the resonance only appears vestigially when the results for a group of heads are averaged. The maxima and minima at 4 and 9 kc/s are determined by the geometry of the head as a whole and are obscured to a lesser extent through the averaging.

sure values is almost wholly a result of the two quantities being referred to sound pressures at different positions. The residual, nearly constant, part of the difference is commonly referred to as the "missing 6 dB" [11], though the mean value over the frequency range in Fig. 7 is just under 5 dB. Part of this difference is accounted for by the fact that the earphone values are for monaural listening; part also is due to the distribution of interaural sensitivity differences. These two effects together are estimated to account for 3.5 dB.

The shape of contours of equal loudness for normally incident pure tones (or narrow band noises), which are usually expressed [1] in terms of free field sound pressure, is governed by the curve for the threshold of hearing; the characteristic depression of the contours at 4 kc/s and the peak at 9 kc/s are thus seen to be the consequence of head diffraction in the absence of which the frequency dependence of hearing sensitivity would be a comparatively smooth function.

#### Summary

Measurements of the variation of loudness with the direction from which sound comes to an observer have been made for sounds in the frequency range 1600 to 10000 c/s, together with corresponding measurements of the relation between the free field sound pressure and that at the entrance to the meatus. Using a relation between the latter and the sound pressure at the eardrum determined from a model head, it is shown that the loudness estimated from the sound pressures at the two ear drums agrees well with the observed binaural loudness if a 6 dB loudness summation law is assumed.

In a diffuse field the sound pressure measured at the entrance to the meatus is in good agreement with that based on mean spherical calculations from the free field measurements. A tentative estimate of the relation between the loudness in a diffuse field and that in a normally incident progressive wave, made on the same basis as that shown to be satisfactory for progressive waves at other angles, so far indicates that there is little difference between the two. Further measurements on this relation are in progress.

## Acknowledgements

The investigation described was carried out as part of the research programme of the National Physical Laboratory, Teddington, England, and the paper is published by permission of the Director of the Laboratory.

(Received July 15th, 1959.)

#### References

- ROBINSON, D. W. and DADSON, R. S., J. acoust. Soc. Amer. 29 [1957], 1284.
- [2] ZWICKER, E. and FELDTKELLER, R., Acustica 5 [1955], 303.
- [3] Dadson, R. S. and King, J. H., J. Laryngol. Otol. 46 [1952], 366.
- [4] CAUSSÉ, R. and CHAVASSE, P., C. R. Soc. Biol. 136 [1942], 405.
- [5] POLLACK, I., J. acoust. Soc. Amer. 23 [1951], 654.
- [6] ROBINSON, D. W., Acustica 7 [1956], 217.
- [7] Jahn, G., Hochfrequenztech. u. Elektroakustik 67 [1958], 11.
- [8] GARNER, W. R. and WERTHEIMER, M., J. acoust. Soc. Amer. 23 [1951], 664.
- [9] SANDEL, T. T., TEAS, D. C., FEDDERSEN, W. E. and JEFFRESS, L. A., J. acoust. Soc. Amer. 27 [1955], 842.
- [10] Hirsh, I. J. and Pollack, I., J. acoust. Soc. Amer. 20 [1948], 761.
- [11] Munson, W. A. and Wiener, F. M., J. acoust. Soc. Amer. 24 [1952], 498.

#### Buchbesprechung

M. Adam, Akustik. Verlag Paul Haupt, Bern 1958, 82 Seiten, 29 Bilder, 1 Experimental-Langspielplatte als Beilage. Karton-Einband sFr./DM 19.80.

Max Adam, Tonmeister am Radiostudio Basel und Lehrer an der Musikakademie, will mit seinem Buch "Akustik" eine Brücke zwischen Naturwissenschaft und Technik einerseits und dem künstlerisch empfindenden und gestaltenden Menschen andererseits schlagen. In einer klar gegliederten Abfassung werden Musiker, Raumgestalter, Phonetiker usw. mit den physikalischen und physiologischen Gesetzmäßigkeiten der Akustik unter Berücksichtigung der geisteswissenschaftlichen Deutung der Phänomene bekanntgemacht.

Ausgehend von der Schwingungslehre und der natürlichen Obertonreihe werden die Tonsysteme entwickelt.

Der Verfasser erklärt in leicht verständlicher Weise die physikalischen Begriffe der akustischen Meßtechnik und behandelt die Physiologie der Stimm- und Sprachbildung und des Gehörs. Recht eingehend befaßt er sich mit der Raum- und Bauakustik. Musiker und Architekten finden hier wertvolle Hinweise und praktische Beispiele.

Die beiliegende Langspielplatte enthält im 1. Teil Sprachaufnahmen, die die Sprachbildung und den Einfluß des Raumes auf die Verständlichkeit veranschaulichen. Der 2. Teil bringt Musikaufnahmen unter Einwirkung verschiedenartiger Räume. Alle Beispiele unterstützen klar und verständlich die entsprechenden Abschnitte des Buches.

GRUETZMACHER

# DIE SCHWINGUNGSRELAXATION IN GASFORMIGEM UND FLUSSIGEM CHLOR

von E. Sittig

I. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Stuttgart

#### Zusammenfassung

Messungen der Schallabsorption in gasförmigem Cl<sub>2</sub> im Bereich von 0,1 bis 10 MHz/atm und in unter Druck verflüssigtem Cl<sub>2</sub> im Bereich von 1 bis 35 MHz bei Temperaturen zwischen  $0^{\circ}$  und 50  $^{\circ}$ C zeigen die Existenz eines Relaxationsgebietes. Dieses ist in beiden Fällen der Relaxation des Schwingungsfreiheitsgrades zuzuordnen.

#### Summary

Measurements of sound absorption in chlorine gas in the range 0.1 to  $10~{\rm Mc/s} \cdot {\rm atm}$  and in liquid chlorine under reduced pressure in the range 1 to  $35~{\rm Mc/s}$  at temperatures between 0° and 50 °C indicate the existence of a relaxation region. This is ascribed in both cases to a relaxation of the vibrational degree of freedom.

#### Sommaire

Des mesures de l'absorption du son faites dans  $\text{Cl}_2$  gazeux dans le domaine de 0,1 à 10~MHz/atm, puis dans  $\text{Cl}_2$  liquéfié sous pression dans le domaine de 1 à 35~MHz à des températures variant entre  $0^\circ$  et  $50~^\circ\text{C}$  montrent l'existence d'un domaine de relaxation. Dans les deux cas, il dépend du degré de libertés de vibrations.

#### 1. Einleitung

Seitdem Kneser [1] den Mechanismus der Relaxation der Schwingungsfreiheitsgrade zur Erklärung der frequenzabhängigen Schallabsorption in Flüssigkeiten vorschlug, haben experimentelle Untersuchungen seine Existenz für verschiedene Flüssigkeiten mit drei- und mehratomigen Flüssigkeiten bestätigt, so etwa Andreae, Heasell und Lamb [2] für CS<sub>2</sub>, Andreae [3] für Methylenchlorid und Bass und Lamb [4] für SO<sub>2</sub>. Für Flüssigkeiten mit zweiatomigen Molekülen stand bislang kein Beispiel zur Verfügung, weil die nächstliegenden Substanzen wie N<sub>2</sub> oder O<sub>2</sub> bei so niedrigen Temperaturen verflüssigen, daß der Freiheitsgrad der Schwingung keinen merkbaren Beitrag zur spezifischen Wärme mehr liefert.

Hingegen verflüssigen die Halogene bereits im Bereich der Zimmertemperatur oder darüber, und haben außerdem so niedrige Wellenzahlen des ersten angeregten Schwingungsniveaus, daß die Schwingungswärme merklich zur spezifischen Wärme beiträgt. Jedoch bereiten die hohe chemische Reaktionsfähigkeit und der Mangel an zuverlässigen thermodynamischen Daten beträchtliche Schwierigkeiten. Am leichtesten schienen sich diese für das Chlor überwinden zu lassen, so daß diese Substanz der Untersuchung zugrundegelegt wurde.

Für den Gaszustand haben Untersuchungen von EUCKEN und BECKER [5] und RICHARDSON [6] die Existenz eines Schwingungsrelaxationsgebiets erwiesen. Beide hatten jedoch nur die Dispersion der Schallgeschwindigkeit festgestellt. Deshalb wurden in vorliegender Arbeit auch die Schallabsorptionswerte im Gaszustand bestimmt.

## 2. Experimentelle Methode

Nachdem Untersuchungen von Fessler [7] und Tempest und Parbrook [8] die Brauchbarkeit der hochfrequenten Impulsmethode zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten α der Amplitude einer ebenen Ultraschallwelle im Gas erwiesen hatten, wurde diese Meßmethode der Apparatur zugrundegelegt. Die Grundprinzipien und Wirkungsweise solcher Apparaturen sind in extenso in einer Arbeit von Andreae, Bass, Heasell und Lamb [9] beschrieben, so daß hier eine Beschreibung der davon abweichenden Züge genügen mag.

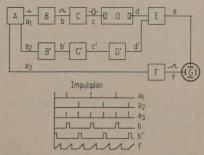


Bild 1. Schema der Meßapparatur; A Taktgeber, B, B' Modulatoren, C HF-Hauptsender, C' Hilfssender, D Meßkammer, D' Dämpfungsglied, E Empfänger, F Kippgerät, G Oszillograph.

Bild 1 zeigt das Schema der elektronischen Anordnung: Ein Impulsgenerator erzeugt ein System von Triggerimpulsen a1, a2, a3 mit einer aus dem Impulsplan ersichtlichen, zeitlichen Folge. Impuls a3 steuert das Kippgerät F des Anzeigeoszillographen G. Mittels der HF-Sender C und C' werden zwei zeitlich gegeneinander versetzte Hochfrequenzimpulse c und c' erzeugt, von denen einer als akustisches Signal die Meßkammer D durchläuft, der andere das elektrische Dämpfungsglied D'. Letzteres besteht aus einem in der H<sub>01</sub>-Schwingung angeregten rechteckigen Hohlleiter nach Vorbildern von Gainsborough [10]. Dem Empfangsverstärker E werden beide Signale im Parallelbetrieb zugeführt und sein Ausgangssignal auf dem Oszillographen G abgebildet. So werden beide Signale übereinandergeschrieben, und die Koinzidenz der Oberkanten der Empfangsimpulse kann dementsprechend genau abgelesen werden.

Die Absorptionsmessung geschieht nun in der üblichen Art durch Veränderung der akustischen Meßstrecke und Nachstellung des Vergleichsimpulses auf die Amplitude des akustischen Signals. Eine Messung der Schallgeschwindigkeit ist ebenfalls leicht möglich, indem der Sender C im Endverstärker getastet wird, also ein phasenkohärentes Signal erzeugt, welches mit dem durchlaufenden Signal des Oszillators des gleichen Senders interferenzfähig ist. Führt man letzteres dem Empfänger gleichfalls zu, so entstehen bei Änderung der akustischen Meßstrecke Schwebungserscheinungen der Empfangsamplitude, so daß in unmittelbar ersichtlicher Weise durch Auszählen der Schwebungsmaxima die Wellenlänge der Schallwelle bestimmt werden kann.

In dieser Form ist die Apparatur auch ohne weiteres für Messungen an Gasen geeignet, sofern die Senderamplitude klein genug gehalten wird, daß keine nichtlinearen Effekte auftreten, und beide Piezokristalle in der Meßkammer innerhalb der Bandbreite die gleiche Resonanzfrequenz haben.

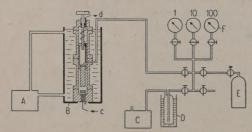


Bild 2. Druckanlage; A Thermostat, B Meßkammer, C Vakuumpumpe, D Kühlfalle, E Gasvorrat, F Manometer.

Die Apparatur erlaubt im Frequenzbereich von 1 bis  $100\,\mathrm{MHz}$  Absorptionsmessungen mit einer Meßgenauigkeit von 2%, Schallgeschwindigkeitsmessungen mit einer Genauigkeit von  $10^{-3}$  auszuführen.

Bild 2 zeigt das Schema des mechanischen Teils der Meßanordnung: Die für einen Arbeitsdruck von 200 atm dimensionierte, druckfeste Meßkammer befindet sich in einem konstant temperierten Flüssigkeitsbad. Das Impulssignal c wird dem am unteren Ende der Meßkammer justierbar eingebauten Schallwandler zugeführt. Das Schallsignal durchläuft die mittels Spindeltrieb von außen variierbare Meßstrecke zwischen der Oberfläche des Schallwandlers und der unteren Fläche eines als Verzögerungsstrecke wirkenden Zylinders aus BK 7-Glas. An dessen oberer Endfläche sitzt der Empfangswandler.

Die Kammer wird in der aus dem Schema ersichtlichen Weise mit dem zu messenden Gas beschickt. Der Gasdruck wird mit einer Genauigkeit von 1% durch eine Reihe Präzisions-Federrohrmanometer gemessen, die von Zeit zu Zeit mit einer Druckwaage kontrolliert werden.

Nach Möglichkeit wurden alle Bauteile, die der Einwirkung des Chlors ausgesetzt waren, aus Remanit 1880 ST bzw. Teflon gefertigt. Dennoch änderten sich die Absorptionswerte im Gas im Relaxationsgebiet über mehrere Stunden hinweg um Beträge bis zu 5%. Diese durch chemische Einwirkungen entstandenen Fehler machten sich insbesondere, wie zu erwarten, bei geringen Gasdrucken bemerkbar, bei denen der Prozentsatz der gasförmigen Verunreinigungen ansteigt. Entsprechendes machte sich auch bei der Messung der Schallgeschwindigkeit bemerkbar.

Sämtliche Messungen wurden mit Chlor ausgeführt, welches einem Vorrat von 25 kg entnommen wurde. Das von der BASF gelieferte Chlor hatte laut Angabe der Firma 99,9% Cl<sub>2</sub>. Versuche, HCl und H<sub>2</sub>O abzutrennen, brachten keine systematische Verbesserung der Meßwerte, so daß bei den wiedergegebenen Meßdaten das Chlor direkt der Bombe entnommen werden konnte.

#### 3. Experimentelle Ergebnisse im Gaszustand

Alle Messungen im gasförmigen Bereich wurden bei einer Frequenz f von etwa 1,1 MHz ausgeführt. Bei einer festeingestellten Temperatur wurde der Gasdruck zwischen 0,1 atm und dem jeweiligen Dampfdruck variiert und die zugehörigen Werte der Schallgeschwindigkeit und -absorption gemessen. Dies wurde für mehrere Füllungen der Meßkammer wiederholt.

Bild 3 zeigt das Ergebnis für die Schallgeschwindigkeit: Das Absinken der Schallgeschwindigkeit mit steigendem Druck P rührt im wesentlichen von der zunehmenden Nichtidealität des Gases her. Für eine Relaxationsdispersion ist der Effekt viel zu groß.

Bild 4 gibt die entsprechenden Werte des Absorptionsindex  $\mu = \alpha \lambda$  der Amplitude. Für niedrige f/P-

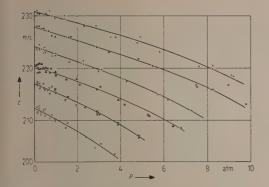


Bild 3. Schallgeschwindigkeit in Cl<sub>2</sub>-Gas in Abhängigkeit vom Druck P und der Temperatur T.  $\times - \times 49.8~^{\circ}\text{C}$ , 1,142~MHz;  $\bullet - \bullet 41.0~^{\circ}\text{C}$ , 1,142~MHz;  $+ - + 30.6~^{\circ}\text{C}$ , 1,142~MHz;  $\blacktriangle - \blacktriangle 19.7~^{\circ}\text{C}$ , 1,125~MHz;  $\triangledown - \triangledown 9.9~^{\circ}\text{C}$ , 1,112~MHz;  $\circ - \circ 0.5~^{\circ}\text{C}$ , 1,073~MHz.

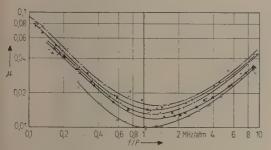


Bild 4. Meßwerte der Schallabsorption in Cl<sub>2</sub>-Gas. Bezeichnung wie in Bild 3.

Werte tritt das bereits durch die Arbeiten [5] und [6] bekannte Relaxationsgebiet der Schwingungswärme auf, dessen Maximum hier aber nicht erreicht werden konnte, weil vorher Verflüssigung eintritt.

Für ein einfaches thermisches Relaxationsgebiet gelten folgende bekannte Zusammenhänge [11]: Bezeichnen  $C_{p0}$  und  $C_{v0}$  die statisch, also bei der Frequenz Null gemessenen Molwärmen bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen,  $C_i$  den relaxierenden Teil der Molwärmen, so daß also die bei unendlich hoher Frequenz gemessenen Werte der Molwärmen

$$C_{v\infty} = C_{v0} - C_{i}$$
 und  $C_{v\infty} = C_{v0} - C_{i}$  (1)

werden, so gilt mit dem Relaxationsbetrag

$$r = \frac{(C_{p0} - C_{v0}) C_{i}}{C_{v0}(C_{p0} - C_{i})}$$
 (2)

und der adiabatisch-isobaren Relaxationszeit  $\tau_{ps}$  [12] näherungsweise folgende Frequenzabhängigkeit des Schallabsorptionsindex  $\mu = \alpha \lambda$ :

$$\mu = \pi \frac{r \omega \tau_{p_8}}{1 + \omega^2 \tau_{p_8}^2 (1 - r)}.$$
 (3)

 $\omega = 2\pi f$  ist hierbei die Kreisfrequenz. Das Maxi-

mum der Absorption  $\mu_{\max}$  tritt bei einer Frequenz  $\omega_{\max}$  auf und es gilt

$$\mu_{\max} = \frac{\pi}{2} \frac{r}{(1-r)^{3/2}} \quad \text{ and } \quad \omega_{\min} \tau_{ps} = \frac{1}{(1-r)^{3/2}}.$$

Schließlich wird im Gas der Dichte  $\varrho$   $\tau \varrho = {\rm const}$ , wenn der die Einstellung der "inneren" Molwärme  $C_i$  bewirkende stoßkinetische Mechanismus nur während eines Zweierstoßes abläuft, so daß die Frequenzänderung in Gl. (3) auch durch eine Dichtebzw. Druckänderung ersetzt werden kann. Dabei ist der Druck eine der Messung bequem zugängliche Variable und im idealen Gas der Dichte proportional.

Im realen Gas ergeben sich nun folgende Komplikationen: Die Dichte  $\varrho$  ist nicht mehr dem Druck P proportional, und der Relaxationsbetrag wird druckabhängig, weil sich  $C_{v}$  und  $C_{v}$  mit dem Druck ändern, Aus einer genügend genau vermessenen Zustandsgleichung ließen sich beide Einflüsse berechnen; eine solche stand jedoch nicht zur Verfügung. Deshalb wurde die Entwicklung

$$z = \frac{PM}{\varrho RT} = 1 + B(T) \varrho + C(T) \varrho^2 \qquad (5)$$

als Zustandsgleichung angenommen und die zweiten und dritten Virialkoeffizienten B(T), C(T) wurden aus Werten der Gasdichte bei Atmosphärendruck (Eucken und Hoffmann [13]) und bei Dampfdruck [14] berechnet. Man erhält so die in Bild 5 wiedergegebene Druck- und Temperaturabhängigkeit des Kompressibilitätsfaktors z und die Temperaturabhängigkeit der Virialkoeffizienten B(T) und C(T), die aus Bild 6 hervorgeht. Hieraus ist zunächst ersichtlich, daß die gewöhnlich betrachtete Waalssche Zustandsgleichung, die auf ein druckunabhängiges  $C_v$  führt, nicht zur Darstellung der Zustandsdaten des

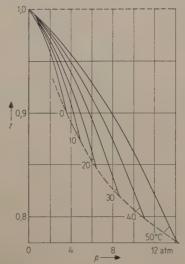


Bild 5.  $Z = p M/\varrho R T$  für  $Cl_2$ -Gas.

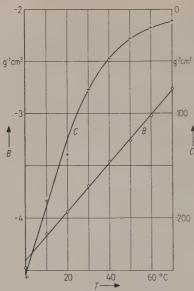


Bild 6. Virialkoeffizienten B(T), C(T) in  $z=1+B \varrho + C \varrho^2$  für  $\text{Cl}_2\text{-Gas}$ .

Chlors geeignet scheint, weil sie einen temperaturunabhängigen Virialkoeffizienten  $\mathcal{C}(T)$  in Gl. (5) liefert.

Mittels der Gleichungen [15]

$$C_{p} - C_{v} = -T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{v} / \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_{T} =$$

$$= R \frac{[z + \varrho T (B' + \varrho C')]^{2}}{2z - 1 + C \varrho^{2}}$$
(6)

und

$$C_{v}(P) - C_{v}(0) = MT \int_{\varrho}^{0} \left(\frac{\partial^{2} P}{\partial T^{2}}\right)_{\varrho} \frac{\mathrm{d}\varrho}{\varrho^{2}} =$$

$$= -RT \varrho [2B' + TB'' + \frac{\varrho}{2} (2C' + TC'')]$$
(7)

lassen sich nun die druckabhängigen  $C_p(P),\ C_v(P)$  berechnen.

Leider waren die zur Verfügung stehenden Daten nicht so genau, daß sich Gl. (7) hätte anwenden lassen. Deshalb wurden die Meßwerte der Schallgeschwindigkeit c benutzt, um  $C_v/C_v$  zu bestimmen.

Es ist dann mit Gl. (5)

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{c^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T} = \frac{M}{RT} \frac{c^2}{2z - 1 + C\varrho^2},\tag{8}$$

und die nur sehr ungenau bekannten zweiten Ableitungen der Virialkoeffizienten nach der Temperatur treten nicht mehr auf. Berücksichtigt man nun noch die Relaxationsdispersion, die der durch die Nichtidealität des Gases hervorgerufenen Dispersion überlagert ist, so läßt sich die Druckabhängigkeit des Relaxationsbetrags bestimmen.

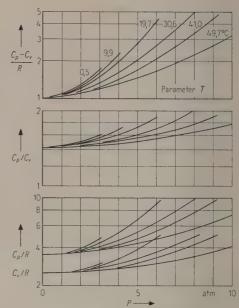


Bild 7. Druckabhängigkeit der spez. Wärmen in Cl2-Gas.

Bild 7 zeigt die so gewonnene Druckabhängigkeit von  $C_p$  und  $C_v$ . Die ganze Prozedur liefert eine Genauigkeit von etwa 10% für die Endwerte.

Für das ideale zweiatomige Chlorgas ist  $C_{p\infty}=3,5~R,~C_{v\infty}=2,5~R~(R~{\rm Gaskonstante})$  und die Schwingungswärme  $C_{\rm i}$  entnimmt man aus der Planck-Einstein-Formel

$$\frac{C_{\rm i}}{R} = \left(\frac{\Theta}{T}\right)^2 \frac{e^{\Theta/T}}{(e^{\Theta/T} - 1)^2} \quad \text{mit} \quad \Theta = \frac{h c_{\rm L}}{k} \bar{\nu} \tag{9}$$

 $(h \, {\rm Plancksche} \, {\rm Konstante}, \, k \, {\rm Boltzmannsche\text{-}Konstante}, \, c_{\rm L} \, {\rm Lichtgeschwindigkeit}) \,$  für  $\, 1 \, {\rm Mol} \,$  harmonischer Oszillatoren mit einer Fundamentalschwingung. Die Wellenzahl des niedrigsten Schwingungsquants beträgt nach Kuhn [16] für  ${\rm Cl_2\text{-}Gas} \, \bar{\nu} = 565 \, {\rm cm}^{-1}.$  Die mit den so gewonnenen Werten für den Relaxationsbetrag des idealen Gases  $r_{\rm id}$  berechneten einfachen Relaxationskurven wurden den auf den idealen Gaszustand reduzierten Meßwerten angepaßt, und das Ergebnis zeigt Tabelle I.

Tabelle I.

T	$C_{ m i}/R$	$\mu_{\mathrm{max}}$	f <sub>m</sub> /P	$ au_{ps}$	$\mu_{\infty} \cdot P/f \cdot 10^3$
°C		· 10 <sup>2</sup>	kHz/atm	μs	atm MHz
0 20 30 40 50	0,502 0,548 0,568 0,587 0,604	7,70 8,29 8,54 8,79 8,99	30 38 41 46 50	5,35 4,30 4,0 3,6 3,3	3,6 3,8 4,3 4,5 4,8

Hierin bezeichnet  $\mu_{\infty}$  den frequenzproportionalen Absorptionsanteil, der den Anstieg des Absorptionsindex in Bild 4 nach hohen f/P-Werten bewirkt, und

der durch Viskosität, Wärmeleitung und Relaxationsgebiete bei höheren Frequenzen verursacht wird. Er übersteigt die aus Viskositätsdaten von Trautz und Ruf [17] und Wärmeleitungsdaten von Vogel [18]

$$\mu_{\rm klass} = \frac{2\pi^2}{c^2} \frac{f}{\varrho} \left[ \frac{4}{3} \eta + \frac{K}{C_p} \left( \frac{C_p}{C_v} - 1 \right) \right] \quad (10)$$

(η Viskosität, K Wärmeleitung) berechnete "klassische" Absorption  $\mu_{klass}$  um etwa 10%.

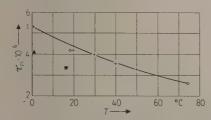


Bild 8. Relaxationszeiten in Cl2-Gas bei 1 atm.

- eigene Messung,
  - EUCKEN und BECKER [5],
  - SCHULZE [19],
- RICHARDSON [6].

Bild 8 zeigt die Relaxationszeiten  $au_{ps}$  zusammen mit Daten von Eucken und Becker [5], Schulze [19] und Richardson [6]. Die Übereinstimmung mit den Werten von Eucken und Becker ist gut, die Werte von Schulze und Richardson liegen bei um etwa 25% kürzeren Relaxationszeiten.

## 4. Experimentelle Ergebnisse im flüssigen Zustand

Im verflüssigten Chlor gelingt es nicht mehr, bei konstanter Temperatur eine wesentliche Änderung der Dichte durch Änderung des Druckes zu erreichen. Deshalb wurde die Frequenz bei konstantem Druck über den interessierenden Bereich variiert. Man erhält so, anders als im Gas, direkt die unverzerrte Relaxationskurve.

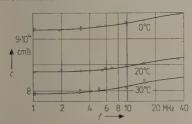


Bild 9. Schallgeschwindigkeit in flüssigem Cl<sub>2</sub> Dampfdruck.

Bild 9 zeigt zunächst den Verlauf der Schallgeschwindigkeit bei Dampfdruck mit Temperatur und Frequenz. Mit den hieraus entnommenen Werten für die Schallgeschwindigkeit co weit unterhalb des Relaxationsgebietes und der aus Viskositätsdaten von Steacie und Johnson [20] extrapolierten Viskosität  $\eta = 3.9 \cdot 10^{-3} P$  bei 0 °C ergibt sich der Viskositätsanteil der klassischen Absorption - der Wärmeleitungsanteil kann hier vernachlässigt werden – zu  $\mu_{klass}/f = 8 \cdot 10^{-12} \text{ s.}$ 

Die klassische Absorption liegt damit um etwa drei Zehnerpotenzen unter der gemessenen, wie Bild 10 ausweist, und kann daher gleichfalls im folgenden vernachlässigt werden.

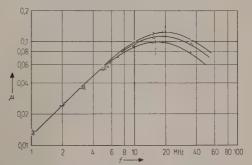


Bild 10. Meßwerte der Schallabsorption in flüssigem Cl $_2$ ; + 30 °C,  $\,^{\triangle}$  20 °C,  $\,^{\circ}$  0 °C.

Es bleibt die Bestimmung des Relaxationsbetrags: Nur für  $C_{p0}$  liegt für den Bereich um -80 °C eine Bestimmung von Eucken und Karwat [21] vor, aus der die in der Tabelle II gegebenen Werte zwischen 0 und 30 °C unter der Annahme extrapoliert wurden, daß  $C_{p\infty}$  temperaturunabhängig ist. Dies scheint in Analogie zum Verhalten anderer Flüssigkeiten gerechtfertigt, solange die Temperatur hinreichend unter der kritischen bleibt.

Mit bekannten thermodynamischen Umformungen [22] wird

$$r = M T \beta^2 c_0^2 \frac{C_i}{C_{x0} C_{x\infty}}, \tag{11}$$

worin M das Molekulargewicht und

$$\beta = -\frac{1}{\varrho} \left( \frac{\partial \varrho}{\partial T} \right)_{p}$$

den thermischen Ausdehnungskoeffizienten bedeutet, der sich infolge der kleinen Kompressibilität der Flüssigkeit nur unwesentlich vom aus der Dampfdruckkurve genommenen Ausdehnungksoeffizienten unterscheidet, der aus den in [14] gegebenen Daten berechnet werden kann.

Insbesondere wegen der relativ großen Unsicherheit von  $C_p$  kann der so berechnete Relaxationsbetrag r mit einem Fehler bis zu 10% behaftet sein.

Ci ergibt sich wieder nach Gl. (9) aus der Wellenzahl des Schwingungsquants im flüssigen Chlor  $\bar{\nu} = 556 \,\mathrm{cm}^{-1}$  (Bhagavantam [23]). Den Vergleich der aus Bild 10 entnommenen Werte für  $\mu_{\max}$  mit den aus Gl. (11) bestimmten zeigt Tabelle II. Die

Tabelle II.

T	$C_{p0}$	c <sub>0</sub>	$\beta \cdot 10^3$	$\mu_{\rm max}$ ber.	$\mu_{\max} \exp$ .
°C	cal Mol	m s	^('-1		
0 20 30	16.71 16.80 16.84	917 837 795	1.98 2.17 2.32	0.093 0.110 0.122	0,100 0,112 0,122

gemessenen Absorptionsmaxima stimmen also innerhalb der Fehlergrenzen der vorgegebenen Daten mit den berechneten überein, so daß es sich auch in der Flüssigkeit um die Relaxation der Schwingungswärme handelt.

Diese Annahme wird weiter gestützt durch das Verhalten der Relaxationszeit. Man entnimmt Bild 10 die Werte der Tabelle III.

Tabelle III

T	f <sub>m</sub>	$ au_{ps}$	im gas (on Ogas)
°C	MHz	10 <sup>-9</sup> s	MHz
0 20 30	16 18.5 20	10.3 8.9 8.3	13.7 18.0 19.7

Der Vergleich der zweiten mit der vierten Spalte zeigt, daß sich die Relaxationszeit bis zu typischen Flüssigkeitsdichten annähernd umgekehrt proportional zur Dichte ändert.

#### 5. Diskussion der Ergebnisse

Nach Landau und Teller [24] sollte im Gas mit zweiatomigen Molekülen ein einziges Schwingungsrelaxationsgebiet auftreten, das mit einer einheitlichen Relaxationszeit in Gl. (3) darzustellen ist. Die Messungen bestätigen dies. Der experimentell gefundene Überschuß der Restabsorption oberhalb des Schwingungsrelaxationsgebiets über die durch Gl. (10) gegebenen Werte läßt sich durch die Existenz eines Relaxationsgebietes der Rotationsfreiheitsgrade oberhalb 1000 MHz/atm deuten. Diese, im Vergleich zu anderen zweiatomigen Gasen, hohe Relaxationsfrequenz erscheint angesichts des großen Trägheitsmoments des Cl<sub>2</sub>-Moleküls plausibel.

Die gefundene Proportionalität zwischen Schwingungsrelaxationsfrequenz und Dichte bis in den flüssigen Zustand besagt folgendes: Auch in der Flüssigkeit werden Schwingungsquanten im wesentlichen nur durch Zweierstöße übertragen. Nahordnungen der Moleküle in der Flüssigkeit — wie sie durch die Zellenmodelle schematisiert werden — haben anscheinend keinen Einfluß. Die Betrachtungen hierzu seien jedoch einem weiteren Artikel vorbehalten.

Es sei dem Verfasser erlaubt, an dieser Stelle Prof. Dr. H. O. KNESER für die Unterstützung und Förderung der vorliegenden Arbeit zu danken. Dank gebührt ferner der Deutschen Forschungsgemeinschaft für finanzielle Unterstützung und der BASF, Ludwigshafen, für die Überlassung des Chlors.

(Eingegangen am 31. Juli 1959.)

## Schrifttum

- [1] KNESER, H. O., Ann. Phys., Lpz. 32 [1938], 277.
- [2] Andreae, J. H., Heasell, E. L. und Lamb, J., Proc. Phys. Soc., Lond. B 69 [1956], 625.
- [3] Andreae, J. H., Proc. Phys. Soc., Lond. B 70
- [1957], 71. [4] Bass, R. und Lamb, J., Proc. Roy. Soc. A 243 [1957], 94.
- [5] EUCKEN, A. und BECKER, R., Z. phys. Chem. B 27 [1934], 235.
- [6] RICHARDSON, E. G., J. acoust. Soc. Amer. 31 [1959], 152.
  [7] FESSLER, R., Dissertation, Technische Hochschule
- [7] FESSLER, R., Dissertation, Technische Hochschule Stuttgart 1954.
- [8] Темреят, W. und Ракввоок, H. D., Acustica 7 [1957], 355.
- [9] Andreae, J. H., Bass, R., Heasell, E. L. und Lamb, J., Acustica 8 [1958], 131.
- [10] GAINSBOROUGH, G. F., J. Instn. Elect. Engrs. 94 [1947], 203.
- [11] Kneser, H. O., Ergeb. exakt Naturwiss. 22 [1949].
- [12] Meixner, J., Z. Naturforsch. 4a [1949], 594.
- [13] EUCKEN, A. und HOFFMANN, G., Z. phys. Chem. B 5 [1929], 442.
- [14] Handbook of chemistry and physics, 28 ed. Chemical Rubber Publishing Co., Cleveland, Ohio 1944. S. 1763.
- [15] Rossini, F., Thermodynamics and physics of matter. Princeton University Press 1955, S. 281.
- [16] Kuhn, H., Z. Phys. 39 [1926], 77.
- [17] TRAUTZ, M. und RUF, F., Ann. Phys., Lpz. 20 [1934], 127.
- [18] Vogel, H., Ann. Phys., Lpz. 43 [1914], 1235.
- [19] SCHULZE, R., Ann. Phys., Lpz. 34 [1939], 41.
- [20] STEACIE, E. und JOHNSON, J., J. amer. Chem. Soc. 47 [1925], 754.
- [21] ECCKEN, A. und KARWAY, M., Z. phys. Chem. 122 [1924], 475.
- [22] VIGOUREUX, P., Ultrasonics. Chapman Hall, London 1952, S. 35.
- [23] BHAGAVANTAM, S., Indian J. Phys. 5 [1930], 35.
- [24] LANDAU, L. und TELLER, E., Phys. Z. UdSSR 10 [1936], 34.

# JUST AUDIBLE THRESHOLDS FOR HARMONIC DISTORTION

by M. E. Bryan and H. D. Parbrook

Acoustics Laboratory, University of Liverpool

#### Summary

The just audible thresholds for the second to eighth harmonics in the presence of the first harmonic (357~c/s) of varying intensity level up to 76~dB re  $0.0002~\mu bar$ , were determined. The results are in accord with those of Newman, Stevens and Davis but not with those of Janovsky and of von Braunmühl and Weber.

#### Sommaire

On a déterminé les seuils d'audibilité des harmoniques dont les rangs vont de deux jusqu'à huit en présence du premier harmonique (fondamental 357 c/s) dont le niveau d'intensité variait de 76 dB aux environs de 0,0002 µbar. Les résultats sont en accord avec ceux de Newman, Stevens et Davis mais non avec ceux de Janovsky et ceux de von Braunnühl et Weber.

#### Zusammenfassung

Es wurde die Hörschwelle für die zweite bis achte Harmonische in Gegenwart der ersten Harmonischen (357 Hz) in Abhängigkeit von deren Intensität (bis zu 76 dB bezogen auf 0,0002 µbar) bestimmt. Die Ergebnisse stimmen überein mit denen von Newman, Stevens und Davis, jedoch nicht mit denen von Janovsky und denjenigen von von Braunmühl und Weber.

#### 1. Introduction

The just audible threshold of harmonic distortion can be defined as the sound pressure level of an upper harmonic at which a subject detects this tone in the presence of the first harmonic. These thresholds are special cases of masking thresholds.

Some harmonic distortion thresholds have been measured by Janovsky [1] in 1929, by Newman, Stevens and Davis [2] and by von Braunmühl and Weber [3], in 1937; masking thresholds for tones, by Wegel and Lane [4] in 1924 and by Egan and Hake [5] in 1950. Where these measurements are comparable there are discrepancies in the results. In particular, while there is approximate agreement between the work of Newman et al. and Egan and Hake, masking thresholds some 15 dB higher were reported by Wegel and Lane, by Janovsky and by von Braunmühl and Weber. There are differences in technique and only Janovsky and von Braunmühl and Weber used more than two observes.

In an attempt to resolve these differences we have redetermined some harmonic distortion thresholds for harmonics up to the eighth, and our results agree mainly with those of Newman et al. and of Egan and Hake. The test tones were added at the ear instead of before the transducer, and were each of low inherent distortion content. It seemed more appropriate to this work to determine accurately a few points at one fundamental frequency (c. 360 c/s) in

the region of the greatest reported discrepancies, viz. sound pressure levels of the fundamental tone 50 dB to 80 dB re  $0.0002\,\mu bar$ , than to undertake measurements over a wider range of frequency and intensity.

## 2. Description of experimental procedure

#### 2.1. Apparatus

Transducers with low harmonic and intermodulation distortions are necessary for the determination of masking thresholds; the levels of the resulting distortion tones should be at least an order lower than the thresholds to be determined. As preliminary criteria, we used published masking thresholds. We tested a number of "high quality" moving coil loudspeakers and found that they did not meet the requirement.

Eight Helmholtz resonators of high Q tuned to the first eight harmonics ( $f_1 = 357 \, \mathrm{c/s}$ ) were therefore mounted, with their mouths in line over a distance of 60 cm, in a suitable box which ensured radiation only from the radiator necks. Each resonator was driven by its own pressure unit. For the resonator tuned to  $357 \, \mathrm{c/s}$ , and producing a free field pressure level of 76 dB re  $0.0002 \, \mu \mathrm{bar} \, 2$  metres from the resonator neck, the percentage harmonic distortions measured were: second 0.11%, third 0.04%, fourth 0.02%, fifth 0.07%, higher harmonics up to the ninth

each less than 0.01%. Similar results were obtained with resonators tuned to higher frequencies.

These distortion levels were considered adequate for the present work. In some preliminary work we electrically introduced out-of-phase second harmonic signals to cancel the inherent distortion in the transducer. We found that, at a level of the fundamental tone of 76 dB re 0.0002  $\mu bar$ , the thresholds for harmonics above the second were unaffected by the above inherent distortion in the transducers. At levels of the fundamental not greater than 76 dB re 0.0002  $\mu bar$ , a similar result was obtained for the second harmonic thresholds. In our work now reported we restricted the fundamental levels re 0.0002  $\mu bar$  to not greater than 70 dB for the work with the second harmonic, and to not greater than 76 dB for that with the higher harmonics.

This sound source not only generated a sound field of low inherent distortion and noise content, but also permitted addition of the tones in the sound field which eliminated non-linearity and frequency distortion effects produced when tones are mixed prior to a single transducer. However with this arrangement the changing of the fundamental frequency was difficult, the frequency stability required of the harmonic generators was high and an extended "source" was presented to the subjects.

To permit stable frequency drive to the pressure units, the electrical inputs to the eight resonators were obtained from a single 100 kc/s quartz crystal oscillator using frequency multiplier and dividers, and appropriate filters.

To ensure that there were no unwanted effects due to the size of the source, tests were made with subjects at one and two metres from the source and with the source at various heights from the ground. While subjects could detect different source positions by binaural localization when the line of sources was horizontal, they were unable to detect the position of the various sources when the line was placed vertical and equidistant from both ears. Since, with the source line vertical, the same threshold results were obtained for the two distances, source to observer, and for different heights of source above ground, there would seem to be no unwanted effects due to the obliqueness of individual sources with reference to the subject's ears.

The subjects were seated on a chair adjustable seat height and head rest to ensure that all ears were at a constant distance (1 or 2 metres), height and orientation with reference to the sources.

Both subject and sources were located in a "quiet" room which is also anechoic for frequencies greater than 100 c/s.

The pressure levels of the various harmonics were monitored immediately outside the pinna of a subject using a Brüel and Kjær condenser microphone and associated amplifiers. Suitable filters permitted determination of the harmonic level down to the noise level of the microphone and preamplifier (about 0 dB re 0.0002 µbar). By calibrating the harmonic pressure level at the ear in terms of the input voltage to the moving coil pressure unit driving a particular resonator, it was possible to present harmonics to the subject which were as much as 20 dB below this. The amplitude linearity of the sound source was previously checked.

Bursts of tone were obtained using an electronic switch placed before the various electrical filters, which, together with the acoustic filtering of the resonators, ensured there were no audible transients. The pressure level of each harmonic could be maintained within  $\pm\,0.25$  dB of a desired value.

#### 2.2. Test procedure

Several psychophysical procedures are possible when measuring limens. While none of these methods appears to have been used by previous workers when determining the masking thresholds, we decided to adopt the minimal change method in the work now reported. The constant stimulus method might also have been used. There appears to be no reported direct comparison of the accuracy of these two methods. That of minimal change has the advantage of requiring less time and a smaller number of judgements for each subject to produce a required accuracy [6].

In the minimal change method as adapted for distortion thresholds, the subject was presented with bursts of tone of one second long separated by a one second silence in the following sequence: A-B — A-B. A was the first harmonic, B a combination of the first and the appropriate upper harmonic. A subject had to decide for a particular sequence whether, or not A, and B were identical in aural effect.

The subjects, the majority of whom were men, were drawn mainly from the technical staff and students of the University. Their average age was 22 years. Tests were performed only with observers with approximately normal hearing, i. e., those who gave an M.A.F. value within 5 dB of the values reported by Robinson and Dadson [7]. Each subject was asked for information regarding interests which might affect his threshold, e. g. such as musical training, radio operator training or experience in listening to "high fidelity" sound reproduction.

Before a test began all subjects were given the same set of recorded instructions and examples of test tone sequence, which latter presented cases of large distortion and no distortion as tone B.

We decided to ask the subjects to respond to a test by a spoken "Yes" or "No". Not only was this convenient for recording the results, but also some early tests showed that the pushing of a button as a response could lead to confusion on the part of the subject, and that allowing the subjects to speak and hear themselves caused them less fatigue.

The test results were recorded on magnetic tape and subsequently analysed. With this arrangement a maximum number of subjective judgements was possible before a subject became fatigued, and the operator could concern himself solely with the presentation of the test material.

#### 3. Results

Table I shows, for four levels of fundamental, the mean threshold value for the individual harmonics from the second to the eighth. The standard deviation (S.D.) using Bessel's correction, and the standard error (S.E.) of the mean are also given.

For the distortion tests with the second, third and fourth harmonics men and women were taken randomly from the people available. For the higher harmonics a particular group of about 10 subjects was taken from the technical staff of the physics department. In this latter case, with such a small number

Table I.

Thresholds for just detectable harmonic distortion.

Fundamental: (/1) level re 0.0002 µbar dB	Harmonic	Mean threshold below f <sub>1</sub> level dB	Corrected S. D. dB	No. of Subjects	S. E.
52.5	2 3 4 5 6 7 8	44 52 52 53 51 57 60	4 5 4 4 7 7 5	20 30 20 10 11 10 9	1 1 1 2 2 2
60.0	2 3 4 5 6 7 8	52 57 61 59 58 64 67	4 5 5 4 6 6 7	28 11 20 10 8 9	1 2 1 1 2 2 2
70.0	2 3 4 5 6 7 8	47 62 67 68 64 70 74	6 5 4 3 5 6	21 32 20 10 8 9	1 1 1 2 2 2
76.0	3 4	54 59	6	15 9	2 2

of subjects, the standard errors are of the order of 2 dB. For the higher harmonics such errors were considered acceptable.

The subjects were also asked to describe in qualitative terms how tones A and B could be distinguished when the added harmonic was above a threshold. We found, as did Newman et al. [2], that when distortion and MAF thresholds were approximately identical, the fundamental and harmonic tones constituting B were appreciated as two distinct tones; when the thresholds differ, the fundamental and harmonic in B appear to combine to give a single note of quality different from that of A.

Table II.

Comparison of results given by women and by total group.

	Harmonic	No. of observat.	Mean above total mean dB	Corrected S. D. dB	S. E. dB
Total group	2 3 4	68 73 60		4 5 5	
Women	2 3 4	9 12 16	$\begin{array}{c} +1 \\ +2 \\ -1 \end{array}$	7 5 6	2 1 2

Table II compares the mean for the women of the group with the total group mean; the results of the second, third and fourth harmonics have been used. We conclude that, for frequencies not greater than 2860 c/s, the difference is not significant.

Table III.
Effect of experience.

	Harmonic	No. of ob- servations	Mean re arbitrary level dB	Corrected S. D. dB	S. E.
Total group	$\frac{2}{3}$	79 59 50	0 0 +1	6 5 4	
Subjects with experien.	2 3 4	11 13 13	$\begin{array}{ c c c } +2 \\ +3 \\ -3 \end{array}$	8 4 6	2 1 2

Table III compares the means for just audible thresholds (second, third and fourth harmonics), for subjects who have had some experience which might affect their thresholds, with those for the remainder of the group. Within experimental error the difference in thresholds is apparently not significant.

As a check on the reproducibility of results with time, and incidentally whether there had been any "learning" effects, threshold values for a number of points on the lower harmonic curves were redetermined at the end of the work. We quote as an example, that, for the third harmonic and a level of the fundamental of  $52.5 \, dB$  re  $0.0002 \, \mu bar$ , the distortion threshold for a group of 19 subjects was  $51.6 \, dB$ ; at a later date a group of  $10 \, subjects$  from this group gave a threshold of  $51.8 \, dB$ .

The accuracy which it was possible to produce a given percentage of harmonic at the ear of a subject and to determine this value was in the region of 0.25 dB. As 10 determinations were made on each subject and from 10 to 30 subjects were used for each point on the graph, the objective error is a negligible part of the total error.

#### 4. Discussion

The masking thresholds of the upper harmonic are reported [4] to exceed the MAF values when aural harmonics are generated near the masked tone. We can compare predictions of the onset of aural harmonics from our results with those of Fletcher [8], of Wegel and Lane [4] of Egan and Hake [5], and of LAWRENCE and YANTIS [9] (Table IV). While our work is in reasonable agreement with that of FLETCHER and of EGAN and HAKE, WEGEL and LANE report masking some 15 dB greater. Two explanations of this disagreement are possible. Firstly, Wegel and Lane do not state the inherent distortion in the masking tone as measured at the ear; any externally generated harmonics will raise the masking thresholds. Secondly, in contrast to our A-B-A-B sequence in test procedure, the tones used by Wegel and Lane were continuous. No comment can be offered at the moment concerning the LAWRENCE and YANTIS result, except to say that they used two subjects and that a difficult technique was necessary. We are further examining these points.

In Fig. 1 for a fundamental frequency of about  $360\,\mathrm{c/s}$  we compare the experimental results of our work with those of Newman et al. [2]. These authors report on the second harmonic distortion threshold in the presence of a  $360\,\mathrm{c/s}$  fundamental. We also show on Fig. 1 masking data interpolated from the work of Egan and Hake on pure tone masking.

The differences between our work and that of Newman et al. and of Egan and Hake can be reconciled if one remembers that their respective work was done with two observers, and that differences in levels less than 10 dB would not be significant.

It is not possible to compare our work directly with that of Janovsky and of von Braunmühl and Weber. Janovsky's results were obtained using a num-

Table IV.

Level of fundamental tone (dB re 0.0002  $\mu$ bar) at which aural harmonics appear ( $f_1 \approx 360 {\rm ~c/s}$ ).

Harmonic	Wegel and Lane	Fletcher	EGAN and HAKE*	LAWRENCE and Yantis	Our Work
2 3 4 5	34 43 52 56	50 58 70 79	c. 50 c. 55 c. 60	62.5	e. 50 e. 55 e. 63 70

<sup>\*</sup> Interpolated.

In this table we have used where appropriate the MAF and MAP values reported by Robinson and Dadson [7] and by Dadson and King [11], respectively.

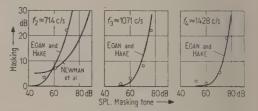


Fig. 1. Masking data for the second, third and fourth harmonics. (O present results.)

ber of harmonics (but mainly the second), presented concurrently to the subject. However, his values for percentage harmonic distortion at sound pressure levels for the fundamental tone of 53 and 76 dB re 0.0002 µbar, are 1.6% and 3.0% respectively. Our corresponding results for second harmonic distortion are 0.6% and 0.3%, von Braunmühl and Weber used four to six trained subjects and determined just audible quadratic and cubic harmonic distortion for fundamental frequencies of 100, 1000 and 4000 c/s; the pressure levels of the fundamental are not given. Their lowest value of quadratic distortion is 0.8% at 1000 c/s fundamental. But they quote the inherent distortion produced by their apparatus in the sound field as 6% at 50 c/s and not greater than 1.5% at higher frequencies. It is to be expected that their distortion thresholds were limited by this inherent distortion.

It is interesting to note the agreement between our work and that of Egan and Hake. Beats and roughness of intervals did not occur in our work, nor would intermodulation products be expected to be above threshold. It would seem that the criterion of "detection of anything" as used by Egan and Hake is a valid one.

If one can assume that the masking thresholds for pulsed tones exceed the MAF value when aural harmonics occur near the masked tone—and there is considerable evidence for this—then the masking data at true harmonics permits determination of the intensity difference limens at that harmonic. For this determination we required data on the intensity levels of aural harmonics at various levels of the fundamental. We have used the data of LAWRENCE and YANTIS [9] for the second harmonic at about 714 c/s. The predicted difference limens are about 0.4 dB which are of the same order, although generally lower, than those previously reported [10]. Considerable divergences exist between the reported values for intensity difference limens.

Finally the importance of reducing the levels of the inherent distortion components produced by the transducers and other apparatus below those of the thresholds to be measured, cannot be overstressed.

(Received August 6th, 1959.)

#### References

- [1] Janovsky, W., Elekt. Nachr. Tech. 11 [1929], 421.
- [2] NEWMAN, E. B., STEVENS, S. S., and DAVIS, H., J. acoust. Soc. Amer. 9 [1937], 107.
- [3] VON BRAUNMÜHL, V. H. J. and Weber, W., Akust. Z. 2 [1937], 135.
- [4] Wegel, R. L. and Lane, C. E., Phys. Rev. 23 [1924], 266.
- [5] EGAN, J. P. and HAKE, H. W., J. acoust. Soc. Amer. 22 [1950], 622.
- [6] Guilford, J. P., Psychometric methods. McGraw-Hill, New York 1954.
- [7] ROBINSON, D. W. and DADSON, R. S., Brit. J. appl. Phys. 7 [1956], 166.
- [8] FLETCHER, H., Speech and hearing. Van Nostrand, New York 1929.
- [9] LAWRENCE, M and YANTIS, P. A., J. acoust. Soc. Amer. 28 [1956], 852.
- [10] DIMMICK, F. L. and OLSON, R. M., J. acoust. Soc. Amer. 12 [1941], 517.
- [11] Dadson, R. S. and King, J. H., J. Laryng. and Otol. 46 [1952], 366.

## THE NATURAL FREQUENCIES OF MUSICAL HORNS

by F. J. Young

Department of Electrical Engineering, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, U.S.A.

## Summary

A general method for the precise calculation of the natural frequencies of horns having any cross-sectional area versus length characteristic is devised. The new method is applied to the Flugelhorn and the tenor trombone. The results are critically examined with respect to various musical scales and the role of the internal impedance of the musician is discussed. Means by which the intonation of horns might be improved are presented.

#### Zusammenfassung

Es wurde eine genaue Rechenmethode für die Bestimmung der natürlichen Frequenzen von Hörnern entwickelt, und zwar für ein beliebiges Verhältnis Länge zu Querschnitt. Das neue Verfahren wurde auf das Flügelhorn und die Posaune angewandt. In bezug auf die verschiedenen Tonleitern werden die Ergebnisse kritisch betrachtet und die Bedeutung des Innenwiderstandes des Musikers wird erörtert. Es werden Möglichkeiten angegeben, mit denen ein Horn besser und genauer gestimmt werden kann.

#### Sommaire

On décrit une méthode générale qui permet le calcul précis des fréquences naturelles des cors présentant une variation quelconque de la section droite en fonction de la longueur. Cette nouvelle méthode est appliquée au cor de chasse et au trombone ténor. On fait l'examen critique des résultats pour les diverses échelles musicales et on étudie le rôle de l'impédance interne du musicien. On indique les moyens d'améliorer la tonalité des cors.

#### 1. Introduction

In the past half century many investigations [1] of the impedance of acoustical horns have been made. The impedance has been calculated for very simple configurations such as the parabolic, conical, exponential, hyperbolic and cylindrical horn. However, the analytical determination of the impedance from the physical dimensions of the musical horn has not been made because of the rather complicated way in which the cross-sectional area of musical

instruments varies as a function of the distance from the mouthpiece. Reluctance to solve the problems of musical horns can be attributed to the great nonlinearity exhibited by the RICCATI equation in the complex variable which must be solved for the acoustical impedance. The closed-form solutions to the RICCATI equation which have been obtained for several simple horns are complicated algebraically and are hard to interpret without much numerical computation.

ACUSTICA

Vol. 10 (1960)

In spite of the difficulties just mentioned, the knowledge of the acoustical impedance of musical horns may be a great help in quantitatively understanding (i) their intonation, (ii) their tone quality, (iii) the influence of the mouthpiece upon their intonation and tone quality, (iv) the effects of lengthening the cylindrical portion of the instrument, (v) the role of the internal impedance of the musician, and (vi) the extent to which the concert hall alters the characteristics of the horn.

Therefore, it is the purpose of this paper to devise an accurate method for the calculation of the acoustical impedance of musical horns of any cross-section, to apply the new method of calculation to some practical musical horns and to investigate the accuracy of the method. All of the six points mentioned earlier are not discussed in conjunction with the solution to the two practical horns. Points iii, iv, vi are not discussed because the mouthpiece used on a given horn is a matter of choice; this investigation, for the sake of brevity, considers only the open tones; and from practical experience it has been observed that under normal conditions the influence of the concert hall upon the performance of the musical horn does not vary much from one well-designed concert hall to the next. It should be emphasized that the exclusion of the discussion of the influence of mouthpiece does not mean it is an unimportant factor. It affects not only the intonation [2] and tone quality [3] but profoundly influences the response and ease of playing of the instrument. The choice of the proper mouthpiece is influenced by the horn to be used, the internal impedance of the musicians and the particular sound he wishes to produce. The calculation of the influence of the mouthpiece can be done easily, if desired, by using the impedance of the horn herein calculated as an impedance loaded on the small end of the mouthpiece.

#### 2. The natural frequencies

The natural frequencies of horns are those frequencies at which acoustical power is most easily transmitted from the player to the surrounding medium through the horn. The resonant frequencies can easily be found by inspecting an impedance versus frequency curve. When the phase angle of the impedance is zero the horn appears to the player as a pure acoustical resistance. The frequencies where the phase angle is zero and where the magnitude of the acoustical impedance is greatest are called the natural frequencies of the horn because at those frequencies maximum power can be transmitted by the horn if the signal source matches the horn. If the internal impedance of the signal source is inflexible, maximum power will be transmitted when the impe-

dance of the horn equals the complex conjugate of the signal source internal impedance. This case is of little importance in this paper because musicians can regulate their internal impedance quite well.

#### 3. Method of solution

The equation for the impedance of a horn is [4]

$$\frac{\mathrm{d}Z(x)}{\mathrm{d}x} = \mathrm{j}\,\omega\,\left[\frac{\varrho}{\pi\,r^2(x)} - \frac{\pi\,r^2(x)}{\varrho\,c^2}\,Z^2(x)\right],\quad(1)$$

where x is the distance from the bellrim in centimeters,

- Z(x) is the acoustical impedance in acoustical ohms seen looking from the station x toward the bellrim,
- $\omega$  is  $2\pi \times$  frequency in radians per second,
- o is the density of the medium in grams per cubic centimeter,
- r(x) is the inside radius in centimeters at any station x,
- c is the velocity of sound in centimeters per second, and

$$j = \sqrt{-1}$$
.

In most musical horns r(x) is not the same mathematical function for all points along the horn, but must be specified in a piecewise manner. The usual numerical methods used to solve nonlinear differential equations cannot easily be applied to eq. (1) because  $r^2(x)$  varies over so wide a range of values for a musical horn that many of the intermediate steps in the numerical computation of Z(x) involve numbers either too large or too small to be easily handled by available high-speed digital computers which must be used if a solution is to be found in a reasonable length of time. For the same reason, difficulty is encountered if an analogue computer is used. In general, an analogue computer solution would not be accurate enough for the purposes of this paper even if it could be obtained. To avoid these troubles, the "méthode de l'escalier" [4] (stair method) has been established. The stair method approximates the smoothly tapered horn

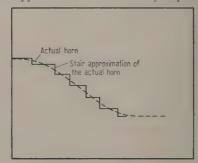


Fig. 1. The stair method.

with a manifold of cylindrical horns of different radii as illustrated in Fig. 1. The stair method was tested on an exponential horn 137.16 cm long having a 15.25 cm diameter bell and having a lead-inpipe diameter of 1.414 cm. It was seen that about 50 000 steps had to be included in the staircase in order to obtain a solution which was within 1% of the exact solution for the exponential horn considered. Because the impedance must be calculated for many frequencies before the zeroes of its phase angle can be accurately located, the stair method is unsuitable for this application. To obtain increased accuracy and shorten the calculation time, the uniform sections of the staircase are replaced by far fewer exponentially tapered sections. The length of each section of exponential line is adjusted so that each section spans an equal increment in the radius of the horn. Let  $\xi$  be the increment of radius each exponential section is to bridge. The length of each section can be obtained from the solution to

$$r(x_{i-1}) - r(x_i) = \xi,$$
 (2)

where i denotes the number of the exponential section, enumerated from the billrim. Eq. (2) is solved for  $x_i$  and because  $x_{i-1}$  has been previously calculated,  $x_{i-1}-x_i$  can be easily computed. The equation for the radius,  $r_i(x)$ , of the ith exponential section is

$$r_i(x) = [r_0 - (i-1) \xi] e^{\frac{x - x_{i-1}}{r_i - x_{i-1}} \log_e \frac{r_0 - i\xi}{r_0 - (i-1)\xi}}$$
(3)

for  $x_{i-1} < x < x_i$ .

The acoustical impedance,  $Z_{A1}$ , seen looking into the throat of an exponential horn is well-known and can be shown to be a solution to eq. (1)

can be shown to be a solution to eq. (1)
$$Z_{A1} = \frac{\varrho c}{S_1} \left[ \frac{S_2 Z_{A2} \cos(b l + \Theta) + j \varrho c \sin b l}{j S_2 Z_{A2} \sin b l + \varrho c \cos(b l - \Theta)} \right]. \quad (4)$$

Here  $S_1$  is the area of the throat in square centimeters,  $S_2$  the area of the mouth in square centimeters, l the length of the horn in centimeters,  $Z_{\rm A2}$  the acoustical impedance of the mouth in acoustical ohms and m the flare constant of the exponential horn. To make eq. (4) meaningful two other equations are needed to define  $\Theta$  and b:

$$\Theta = \tan^{-1} \frac{m}{2 b}, \tag{5}$$

$$b = \sqrt{4 k^2 - m^2/2} \,. \tag{6}$$

Where  $k = 2\pi/\lambda$  and  $\lambda$  is the wavelength in centimeters. Let  $Z_i$  be the acoustical impedance seen looking into the *i*th section of exponential line toward the bell of the horn. Then by eq. (4)

$$Z_{i} = \frac{\varrho c}{\pi r_{i}^{2}(x_{i})} \times$$

$$\times \left[ \frac{\pi r_{i}^{2}(x_{i-1}) Z_{i-1} \cos b_{i} l_{i} + j \varrho c \sin b_{i} l_{i}}{j \pi r_{i}^{2}(x_{i-1}) Z_{i-1} \sin b_{i} l_{i} + \varrho c \cos (b_{i} l_{i} - \Theta_{i})} \right]$$
for  $0 < i \leq n$ .

The quantities  $\Theta_i$  and  $b_i$  are calculated from eqs. (5) and (6) by letting

$$m = m_i - \frac{1}{l_i} \log_e \frac{r_0 - i \xi}{r_0 - (i - 1) \xi},$$

where  $l_i = x_i - x_{i-1}$  and n is the total number of exponential sections used in the calculation. The impedance,  $Z_0$ , is by definition the load impedance at the bell of the horn. The impedance chosen to load the horn is that of a piston in an infinite baffle. It is given by Olson [1] as

$$Z_0 = \frac{\varrho c}{\pi r_0^2} \left[ 1 - \frac{J_1(2 k r_0)}{k r_0} \right] + \frac{j \omega \varrho}{2 \pi r_0^4 k^3} K_1(2 k r_0).$$
(8)

Here  $J_1$  is a Bessel function of the first kind and zeroth order, and

$$\begin{split} \mathbf{K}_1(2\,k\,r_0) &= \frac{2}{\pi} \left[ \frac{(2\,k\,r_0)^3}{3} \, - \right. \\ &\left. - \frac{(2\,k\,r_0)^5}{3^2 \cdot 5} + \frac{(2\,k\,r_0)^7}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} \cdots \right]. \end{split}$$

For any horn, given a relationship for r(x) or a table of the values it assumes as x varies, repeated application of eq. (7) will eventually produce the impedance seen looking into the throat of the musical horn. This repetitive process is quite amenable to high speed digital computation and could be done less accurately with a desk calculator if n were kept small.

## 4. The physical dimensions of the tenor trombone and the Flugelhorn

The musical instruments studied in this paper are trombone 1134 and Flugelhorn 1122 manufactured by Boosey and Hawkes Ltd., London, England. The equations describing the radii of these musical horns are quite simple. The radii are given by

$$r(x) = \frac{\alpha}{\left(\frac{x}{2.54} + 1\right)^{\gamma}} \quad \text{for} \quad 0 \le x \le x$$
 (9)

and

$$r(x) = \beta$$
 for  $x_0 \le x \le L$ . (10)

The bellrim of the horn is located at x=0 and L is its total length. For Flugelhorn 1122  $\gamma=0.715$ ,  $\alpha=7.62$  cm,  $x_0=106.68$  cm, L=137.16 cm, and  $\beta=0.5207$  cm. For tenor trombone 1134  $\gamma=0.700$ ,  $\alpha=9.2075$  cm,  $x_0=93.98$  cm, L=271.78 cm, and  $\beta=0.61849$  cm.

The air-columns bounded by these instruments are solids of rotation of eqs. (9) and (10).

#### 5. Method of computation

In both cases the acoustical impedance was calculated with frequency varying in 10 c/s increments

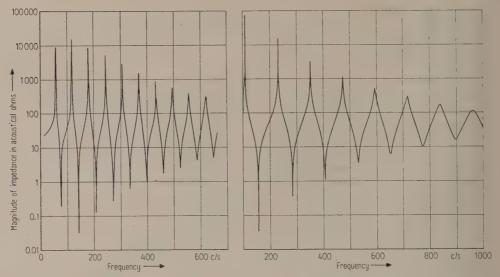


Fig. 2. The impedance of the trombone.

Fig. 3. The impedance of the Flugelhorn.

using eqs. (2), (5), (6), (7), (8), (9), and (10). The computer was programmed to stop whenever the phase angle of the impedance changed sign, and back up one increment,  $\Delta\omega$  (10 c/s). The increment size was automatically reduced to  $\Delta\omega/10$  and the procedure repeated until the frequency at which the phase angle changed sign was located within a 0.1 c/s region of frequency. The computer then went ahead in 10 c/s increments and repeated the procedure to find the remaining frequencies where the phase angle passed through zero. The programme consisted of about 160 instructions written for the Fortran (Formula Translation) system of the International Business Machine 704 digital computer. About 12 minutes of computing time was required to calculate each impedance versus frequency curve presented here.

## 6. Natural frequencies and internal impedance of musicians

In Figs. 2 and 3 are shown plots of the magnitude of the acoustical impedance of the trombone and the Flugelhorn, respectively. Both figures indicate the ratio of successive maxima to minima decreasing toward unity as frequency increases. This agrees with the practical experience of musicians who play trombones and Flugelhorns in their extremely high registers; it is possible to produce notes of different frequencies easily, in fact, in the extremely high register, the frequency can be varied continuously over a range of more than one octave. In this work the resonances are still quite well-defined at the frequencies of the highest harmonics according to the results plotted in Figs. 2 and 3. Actual experiment

indicates, for the musical instruments being investigated herein, the resonant modes are clearly defined up to at least the 12th harmonic. Because these horns act as open tubes and are loaded by a piston in an infinite baffle which presents a low impedance to the bell of the horn, the resonant modes of these horns fall at frequencies in the vicinity of the peaks of the magnitude of the impedance versus frequency curve. The peaks in Fig. 2 and 3 are very sharp because acoustical losses have been neglected. As long as the losses are small the frequencies at which the peaks rise are not much influenced by losses but, of course, the losses do greatly influence the heights to which the peaks rise. If the internal impedance of the musicians were purely resistive and variable in magnitude, the open tones would fall exactly at the frequencies where the magnitude of the impedance of the horn has its peaks. However, in actual practise it is well-known that players of brass instruments can vary the frequency of the open tone over a band of frequencies which is centered at the peak. The usual width of the region over which a player can easily vary the frequency of his instrument by changing his internal impedance is about ±1 semitone. If this is the case for the tenor trombone in the vicinity of the peak at 243.7 c/s, the width of the region is 28 c/s and the internal impedance of the musician varies from 49.3 | 89.6° through 5046 | 0° to 39 | -89.1°. Actually, because losses were neglected in this calculation, it is not likely that the musician really adjusts his internal impedance to so large a value of resistance at the peak as indicated. It is interesting to notice that in order to raise the frequency one semitone the musician in general, for tenor trombone 1134, must lower the magnitude

of this impedance more than would be necessary to lower the frequency one semitone. This would seem to explain why it is easier to blow an instrument flat rather than sharp in pitch. On many brass instruments this author has been able to lower the resonant frequency of a particular mode by 3 semitones but could scarcely raise the resonant frequency of that particular mode by one semitone without automatically switching into the next higher mode. From this example it would seem that the musician is quite able to adjust his impedance from almost pure acoustical inductance through resistance to almost pure acoustical capacitance but that he cannot adjust the magnitude of his internal impedance to a value much below 40 acoustical ohms when he plays the tenor trombone. It should be remembered that in the above discussion of the internal impedance of the musician, the musician and his mouthpiece have been lumped together into one acoustical circuit element. It seems reasonable to do this because most professional musicians choose by trial and error that mouthpiece which they think best matches them to their horn. From the 7th to the 12th mode it becomes more difficult in actual practice for the player to alter the resonant frequency of a particular mode by changing his internal impedance. This would indicate that the internal impedance of the player becomes increasingly difficult to control at the higher frequencies. This indeed could be due to various physiological factors such as the increased tension in the player's lips and the extremely small amount of flesh which vibrates.

#### 7. The natural frequencies of trombone 1134

The natural frequencies,  $f_{\rm in}$ , of tenor trombone 1134 are given in Table I. The adjacent resonant

Table I. Properties of trombone 1134.

i	Į1i	$\delta_{1i}$	$f_{1i}/i$	$i(\overline{f_{1i}/i})$	$G_i$	$f_{\mathrm{w}i}$	G'
1	58.7	59.4	58.7	60.8	-3.45	60.8	-3.45
2	118.1	62.2	59.0	121.6	-2.51	121.6	-2.51
3	180.3	63.4	60.1	182.3	-1.10	182.0	-0.93
4	243.7	62.7	60.9	243.1	+ 0.25	243.1	+ 0.25
5	306.4	61.7	61.3	303.9	+ 0.82	306.4	0.00
6	368.1	61.9	61.4	364.7	+ 0.93	364.0	+1.13
7	430.0	62.0	61.4	425.5	+1.06	433.6	-0.83
8	492.0	63.3	61.5	486.4	+1.15	486.4	+1.15
9	555.3	62.4	61.7	547.0	+1.52	545.6	+1.78
10	617.7		61.8	607.8	+1.63	612.8	+ 0.80

frequencies of the horn (with its mouthpiece attached) should be separated by a constant frequency increment if the instrument is tuned to a diatonic scale [5]. More precisely stated

$$f_{1(i+1)} - f_{1i} = \delta_{1i} = \text{const}.$$
 (11)

For trombone 1134  $\delta_{1i}$  is not constant for  $1 \le i < 10$  as can be seen from column 3 of Table I.

The average value of  $\delta_{1i}$  is given by  $\overline{\delta}_{1i} = 62.1 \, \mathrm{c/s.}$  With reference to the well-tempered scale tuned to A-440  $\delta_{1i}$  corresponds to a slightly sharpened B (white key number 15 when keys are enumerated from left to right). Since this instrument is a Bb tenor trombone the value of  $\delta_{1i}$  indicates that without the mouthpiece this instrument is approximately one semitone sharp throughout its range. Another way of looking at the intonation of the mouthpieceless trombone is to inspect the ratio  $f_{1i}/i$  shown in column 4 of Table I. The average value of  $f_{1i}/i$  is  $60.8 \, \mathrm{c/s.}$  A measure of the precision of the intonation of the horn can be defined as

$$G_{i} = 100 \frac{f_{1i} - i \overline{(f_{1i}/i)}}{i (f_{1i}/i)}.$$
 (12)

If  $G_i$  were zero for all values of i the mouthpieceless horn would be perfectly in tune with a diatonic scale based on a frequency of 60.8 c/s. Below the tuning note of the instrument, for i < 4, the instrument becomes increasingly flat as it descends in frequency. For i > 4 the mouthpieceless trombone becomes increasingly sharp to the diatonic scale as it ascends in pitch. The percentage of deviation from the diatonic scale,  $G_i$ , can be seen in column 6 of Table I. In order to compare the natural frequencies of trombone 1134 to the well-tempered scale let  $f_{wi}$  denote the frequencies of the tempered notes which correspond to  $f_{1i}$  and let

$$G_i' = 100 \frac{f_{1i} - f_{wi}}{f_{wi}}.$$
 (13)

From Table I column 8 it is evident that for i=7 the trombone is flat compared to the tempered scale as would be expected from practical experience. Although  $G_7$  is not large it is significant because it is the only flat note in the high register. A rough way of deciding if the instrument behaves as a diatonic or a tempered instrument is to compare the values of

$$rac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left|\left.G_{i}
ight|$$
 and  $rac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left|\left.G_{i}^{\,\prime}
ight|$ .

From Table I the average of the absolute values of  $G_i$  is 1.44 and the average of the absolute values of  $G_i'$  is 1.32. Therefore, the mouthpieceless tenor trombone 1134 has open tones which fall closest to the tempered scale with a fundamental frequency of about 60.8 c/s. This conclusion is further emphasized if the values of  $G_i$  at the frequencies where the two scales are identical are discarded in calculating the average of the absolute values of  $G_i$  and  $G_i'$ . ( $G_7$  and  $G_7'$  are discarded here because  $f_{17}$  is expected to be a poor note.) In that case the average of the absolute values of  $G_i$  and  $G_i'$  are 1.20 and 0.93. Inspection of column 7 of Table I indicates that the instrument under discussion, in addition to being

approximately one semitone sharp to A-440, is about one quarter of a tone flat in its low register and is about one fifth of a tone sharp in its high register. When tenor trombone 1134 is equipped with a suitable mouthpiece its resonant frequencies or open tones in the parlance of musicians should fall very close to the corresponding frequencies of the well-tempered scale. The addition of the mouthpiece and perhaps a small adjustment of the tuning slide should be sufficient to cause the instrument to be a Bb tenor trombone tuned to a frequency standard of A-440 which exhibits very good intonation when played by a professional musician.

## 8. The natural frequencies of Flugelhorn 1122

In column 2 of Table II are presented the values of the natural frequencies,  $f_{2i}$ , of the mouthpieceless

Table II. Properties of Flugelhorn 1122.

$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$								
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	i	$f_{2i}$	$\delta_{2i}$	$f_{2i}/i$	$i(f_{2i}/i)$	$G_i$	†wi	G'
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7	230.6 350.7 473.4 594.0 716.2 838.9	120.1 122.7 120.6 122.2	115.3 116.9 118.4 118.8 119.4 119.8	236.8 355.2 473.6 592.0 710.4 828.8	$\begin{array}{r} -2.62 \\ -1.27 \\ -0.04 \\ +0.34 \\ +0.82 \\ +1.22 \end{array}$	236.8 354.8 473.6 596.8 709.6 844.0	$\begin{array}{c} -2.62 \\ -1.16 \\ -0.04 \\ -0.47 \\ +0.93 \\ -0.60 \end{array}$

Flugelhorn. The frequency,  $f_{21}$ , of the fundamental of the instrument is only 2.6 cycles per second higher than Ab-103.8 on the tempered scale based upon A-440. Most musical authorities state dogmatically that "the frequencies of the open tones of brass instruments are integral multiples of the frequency of the fundamental". From Table I and from the experiences of countless brass instrumentalists it can be said that such a statement is not true. Contrary to many musical acoustics books, the players of trumpets and cornets can play tones in the general vicinity of the fundamental pitch of those instruments. However, most players of Bb trumpets or/and cornets attempt to produce Bb-116.5 as their fundamental. This can only be accomplished through a drastic adjustment of the internal impedance of the musician. The resulting tone is poor in quality, strains the musician's lip muscles and is a very unreliable note. However, the same musicians can produce a good tone close to Ab-103.8 with little effort. The calculations done here indicate that the fundamental of the Flugelhorn is nearer to Ab 103.8 than to Bb-116.5. The addition of the mouthpiece to the instrument will make the fundamental become even closer to Ab-103.8. Because the fundamental frequency is so low, it will not be included in the calculation of  $\delta_{2i}$  and  $(f_{2i}/i)$ . For Flugelhorn 1122  $d_{2i} = 118.6 \text{ c/s}$  and  $(f_{2i}/i) = 118.6 \text{ c/s}$ . These values indicate that the mouthpieceless Flugelhorn is slightly less than quarter of a tone sharp to a tempered scale based on A-440. To determine how well in tune with itself the instrument is, the average of the absolute values of  $G_i$  and  $G_i'$  must be considered. The average of the absolute values (except  $G_1$ ,  $G_1'$ ,  $G_7$ , and  $G_7'$ ) are  $G_i = 1.10$  and  $G_i = 1.12$ . If in addition to  $G_1$ ,  $G_1'$ ,  $G_7$ , and  $G_7'$  the notes which yield identical values of  $G_i$  are left out of the average of absolute values, then  $G_i = 0.81$  and  $G'_i = 0.85$ . The values just obtained indicate that the natural frequencies of the Flugelhorn without its mouthpiece fall closer to a diatonic scale than a tempered scale and are on the average less than one fifth of a tone in error. The open tones in the low register are almost one quarter of a tone flat while  $f_{28}$  which is in the high register is slightly sharp. The notes in the middle range of the instrument are very well in tune with themselves. As was the ease for trombone 1134, the seventh natural frequency of the Flugelhorn is flat while the other high partials are sharp. A good musician using the proper mouthpiece should be able to play Flugelhorn 1122 with very good intonation and should be able to tune the instrument to B>-466.2 with no difficulty. It is felt, however, that although this instrument is better in tune with itself than trombone 1134, it is built in a slightly lower pitch than was the trombone.

## 9. Convergence of the numerical method

To test the convergence of the numerical method the natural frequencies of trombone 1134 and Flugelhorn 1122 were calculated when various numbers

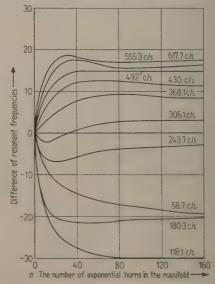


Fig. 4. The convergence pattern for the trombone.

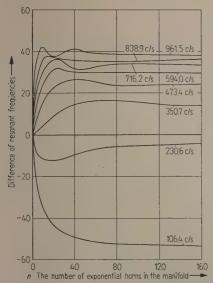


Fig. 5. The convergence pattern for the Flugelhorn.

of exponential segments were used to approximate the horns. Figs. 4 and 5 are plots of the difference between the resonant frequencies of a one segment approximation and an n segment approximation. As n increases the magnitude of the difference increases rapidly at first, then reaches a peak, oscillates slightly and levels off to a constant as n gets large. It has been found that convergence is slowest for the lowest natural frequency being calculated. In the two cases considered in this work the higher the frequency the better the convergence.

#### 10. Conclusions

The internal impedance of the musician is a very important factor which ultimately determines how well a musician can play with proper intonation. Although musicians can adjust their internal impedances to an amazing degree, musical instruments should not be constructed so as to put the major portion of the intonational burden upon the physiology of the musician. Two horns have been examined herein and have been found to be quite well in tune with themselves which is very fortunate for those musicians who play them for they can concentrate on a myriad of other matters which must be controlled in an artistic performance. Trombone 1134 has natural frequencies which fall on the tempered scale whereas Flugelhorn 1122 has natural frequencies which tend toward the diatonic scale. This may be one of the reasons the Flugelhorn is such a

fine solo instrument. Perhaps the most significant contribution of this paper is the theoretical explanation of the fundamental of the Flugelhorn being Ab instead of Bb as many theoreticians reasoned it should be in spite of the experimental knowledge of generations of performers. This method of calculation could be used to explain the existence of a natural frequency in the BBb bass tuba which occurs at a frequency near 38.9 c/s.

Although this work establishes a method for calculating the natural frequencies of horns, it does not solve directly the problem of finding the optimum taper for a horn having pre-assigned natural frequencies. In fact, it is suspected that for any set of pre-assigned natural frequencies there exist many tapers which could be used. Of course, most of these could be discarded on the basis of their timbre, response and other factors. The synthesis problem is further complicated by a lack of agreement pertaining to a criterion for an optimum horn. However, using the method presented in this paper a designer having access to a large internally programmed digital computer could in one day either calculate the natural frequencies of about 40 horns or calculate the natural frequencies of about 40 slightly different variations of the same horn. By observing the influence of slight changes in taper the designer could, perhaps in one day, considerably improve or alter the intonation of a given horn by altering its taper according to the trend of the computer results.

Using the method described here the influence of the mouthpiece could be calculated very rapidly. The mouthpiece design could be altered in a systematic way so as to further improve the intonation of the instrument.

In the design of motors and generators large scale computers have been programmed to do much of the design work and in view of the increasing availability of computers it should not be long before it will be feasible to use them to aid in the design of musical instruments.

(Received October 17th, 1959.)

#### References

- [1] Olson, H. F., Acoustical Engineering, Princeton, N. J., 1957, p. 100.
- [2] Lange, Th., Die Eigenfrequenzen von Trichtern. Acustica 5 [1955], 323-329.
- [3] YOUNG, F. J., A new sound for the tuba. School Musician 29 [1958], 18-20.
- [4] Young, F. J., Sur le calcul des lignes à impédance variable de façon continue. J. Phys. Radium 19 [1958], 65-70.
- [5] ZARLINO, Instituzioni Armoniche (1558).

## DIE SCHALLDÄMMUNG VON HOMOGENEN EINFACHWÄNDEN ENDLICHER FLÄCHE

von M. Heckl \*

Mitteilung aus dem Institut für Technische Akustik der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg

#### Zusammenfassung

Es wird die Schalldämmung von Trennwänden berechnet, an die dazu senkrechte Seitenwände angeschlossen sind. Die Berechnungen zeigen, daß besonders eberhalb der Grenzfrequenz ein starker Einfluß der Seitenwände, d. h. der Randbedingungen, auf die Schalldämmung vorhanden ist. Nur wenn die Ableitung der Biegewellenenergie auf die Seitenwände geringer ist als die Energievernichtung durch die innere Dämpfung, ist die Dämmung unabhängig von der Wandgröße und der Einspannung.

#### Summary

The sound insulation of partition walls with vertically adjacent side walls is calculated. The calculation reveals that there is a marked influence of the side walls — that is of the boundary conditions — on the sound insulation especially above the coincidence frequency. Only if less energy is transmitted into the side walls than is absorbed by internal friction, the insulation is independent of the wall and of its boundary conditions.

#### Sommaire

On a calculé l'atténuation du bruit produite par des cloisons sur lesquelles sont fixées perpendiculairement des parois latérales. Les calculs montrent que, surtout au-dessus de la fréquence limite, il y a une action des parois latérales — c'est-à-dire des conditions sur les bords — sur l'atténuation du son. Dans le cas seulement où la dérivation de l'énergie des ondes de flexion vers les parois latérales est plus faible que l'amoindrissement de l'énergie causée par l'amortissement intérieur l'atténuation est indépendante de la grandeur des parois et de leur fixation.

#### 1. Einleitung

Die Schalldämmung von Einfachwänden stellt eines der wichtigsten Probleme der Bauakustik und der Lärmbekämpfung im Fahrzeug- und Maschinenbau dar. Die theoretische Lösung des Problems bereitet jedoch leider einige Schwierigkeiten, weil die — im Prinzip mögliche — Berücksichtigung der in der Praxis gegebenen Randbedingungen zu Gleichungen führt, die so kompliziert sind, daß sie kaum mehr zu lösen sind.

Man hat daher immer wieder versucht, das Problem unter idealisierenden Annahmen zu lösen, um wenigstens einen qualitativen Überblick über die Größe der Schalldämmung zu erhalten.

Bereits Lord Rayleigh [1] beschäftigte sich mit der Schalldämmung. Er untersuchte die Dämmung einer Einfachwand unter der Annahme, daß sie aus schubspannungsfreiem (d. h. extrem biegeweichem) Material besteht und unendlich breit ist. Es zeigte sich dabei, daß die Dämmung im wesentlichen von der Masse der Wand und der Frequenz abhängt. Dieses sogenannte Massengesetz wurde später von BerDie erste Untersuchung, bei der auch die bei schrägem Schalleinfall notwendigerweise auftretenden Schubspannungen berücksichtigt werden, stammt von H. REISSNER [3]. Die von REISSNER gefundenen Formeln, die zwar auch nur für Wände von unendlicher Fläche gelten, aber hinsichtlich der Dicke der Wände keinen Beschränkungen unterworfen sind, sind leider sehr kompliziert, so daß sie praktisch nicht zur Berechnung der Schalldämmung benutzt werden.

Erst durch die Beschränkung auf dünne Wände und die dadurch ermöglichte Beschreibung der Schwingungen der Trennwand durch die Biegewellengleichung konnte L. Cremer [4] eine einfache Theorie der Schalldämmung unendlich großer Wände aufstellen. Diese Theorie gestattet es, aus der Masse, der Biegesteife und den inneren Verlusten für beliebige Schalleinfallrichtungen und durch Mittelung über alle Winkel auch für statischen Schalleinfall die Schalldämmung zu berechnen. Sie gibt auch durch den sogenannten Spuranpassungseffekt (d. h. Gleichheit der Biegewellenlänge der Trennwand mit der Wellenlänge des anregenden Schalles) eine Erklä-

GER [2] bestätigt. Es dient auch heute noch zu einer groben Abschätzung der Schalldämmung von leichten Einfachwänden.

<sup>\*</sup> Zur Zeit bei Bolt, Beranek and Newman Inc., Cambridge Mass., USA.

rung dafür, daß die Schalldämmung von biegesteifen Wänden in einem gewissen Frequenzbereich kleiner ist als die von biegeweichen Wänden gleichen Gewichts.

Mit den von Cremer angegebenen Formeln kann man zwar die Schalldämmung von Wänden unendlicher Flächen berechnen, aber es bleibt die Frage, wie sich die endliche Größe und die Art der Randeinspannung auf die Schalldämmung auswirkt. Zu diesem Problem hatte bereits im Jahre 1936 A. Schoch [5] eine Arbeit veröffentlicht, in der gezeigt wurde, daß bei senkrechtem Schalleinfall von einer bestimmten Frequenz an immer das Massengesetz gilt.

In späteren Arbeiten von Vogel [6] und Yeh and MARTINEK [7] wurde das Problem erneut aber auch wieder nur für spezielle Randbedingungen behandelt.

Eine allgemeinere Darstellung, die auch den schrägen Einfall erfaßt, hat erst 1953 A. Schoch [8] gegeben. Allerdings führt die Schochsche Arbeit zu sehr komplizierten Ausdrücken, die eine Vorausberechnung der Schalldämmung nur mit sehr viel Mühe gestatten. Es erscheint daher berechtigt, ein etwas vereinfachtes Modell zu untersuchen, das die wesentlichen Eigenschaften der eingespannten Wände erfaßt und zu relativ einfachen Ergebnissen führt. Es ist zu hoffen, daß dieses vereinfachte Modell den durch die experimentellen Arbeiten von Schoch und Fehér [9] und neuerdings von K. Gösele [10] festgestellten Einfluß der Randbedingungen auf die Schalldämmung richtig wiedergibt.

#### 2. Beschreibung des hier untersuchten Modells

Bereits vor mehreren Jahren hat L. Cremer angeregt, ein Trennwandmodell zu untersuchen, das folgendermaßen aufgebaut ist:

Zwischen zwei gleichen parallel zueinander stehenden Wänden sei eine Trennwand eingebaut (siehe Bild 1), deren Schalldämmung interessiert. Alle

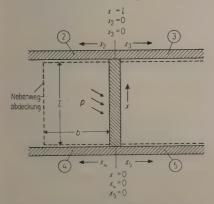


Bild 1. Skizze des untersuchten Modells.

Wände sollen so dünn sein, daß ihre Schwingungen durch die Biegewellengleichung beschrieben werden können. Die Verbindung der Trennwand mit den Seitenwänden soll starr sein, d. h. die Schnelle soll an den Verbindungsstellen verschwinden; dagegen müssen die Winkelgeschwindigkeiten an diesen Stellen gleich sein. Damit sind aber die Randbedingungen noch nicht festgelegt. Es muß noch gefordert werden, daß an den Kreuzungsstellen die Differenz der Biegemomente der Seitenwand vor und hinter der Verbindungsstelle gleich dem Biegemoment der Trennwand an dieser Stelle ist (siehe L. CREMER [11]).

Es sei nun angenommen, daß die Trennwand durch eine Schallwelle angeregt wird. Da die beiden Seitenwände als schallhart anzusehen sind, bedeutet das, daß die Anregung mit einem Schalldruck erfolgt, der sich als Summe von Kosinusgliedern darstellen läßt.

Die Anregung der Seitenwände durch den Schalldruck sowie die Abstrahlung von den Seitenwänden, d. h. das Nebenwegproblem, soll in dieser Arbeit unberücksichtigt bleiben. (Im Prinzip ließe sich auch das Nebenwegproblem mit den in dieser Arbeit angewandten Methoden behandeln.) Diese Beschränkung bedeutet praktisch, daß die Seitenwände durch Vorsatzschalen abgedeckt sein müßten.

Da das Problem in der eben formulierten Fassung im zweidimensionellen Fall nur mit einem enormen Rechenaufwand zu lösen wäre, wird hier (ähnlich wie bei Schoch [8]) nur der eindimensionale Fall behandelt; das bedeutet, daß in Richtung der Verbindungslinie der Wände alles gleich sein soll. Es ist zu hoffen, daß trotz dieser zusätzlichen Beschränkung der Einfluß der Randbedingungen durch die vorliegenden Rechnungen etwa richtig wiedergegeben wird.

Schließlich wird auch noch angenommen, daß der in den Empfangsraum abgestrahlte Schall die Schwingungen der Trennwand nicht beeinflußt. Das bedeutet, daß die Strahlungsdämpfung stets kleiner sein soll als die innere Dämpfung der Wand bzw. als die durch die Energieableitung an den Rändern hervorgerufene Dämpfung. (Die Größe der Strahlungsdämpfung kann man nach einem Verfahren von Schoch und Fehér [9] abschätzen.

## 3. Berechnung der Schnelle der Trennwand

Man kann bekanntlich die Schnelle v einer endlichen Platte aus einer erzwungenen Welle mit der Schnelle  $v_{\rm E}$ , die sich aus dem anregenden Schalldruck leicht berechnen läßt, und aus freien Wellen zusammensetzen. Die freien Wellen bestehen dem Charakter der Biegewellengleichung entsprechend bei Anregung mit einer Frequenz aus zwei fortschrei-

tenden Wellen mit der Biegewellenzahl k und zwei Nahfeldanteilen.

Die Schnelle der Trennwand kann also durch

$$v = v_E + A e^{ikx} + B e^{-ikx} + C e^{kx} + D e^{-kx}$$
 (1)

dargestellt werden. Dabei ist die Biegewellenzahl bei der Kreisfrequenz  $\omega$  durch die Dichte  $\varrho$ , die Wanddicke h und die Biegesteife EI nach der Gleichung

$$k^4 = \omega^2 \circ h/EI$$

gegeben.

Ähnliche Gleichungen gelten auch für die Schnelle der Seitenwände. In diesem Fall ist allerdings  $v_{\rm E}=0$ , außerdem verschwinden die Glieder, die zu einer vom Unendlichen auf die Verbindungsstelle laufenden Welle gehören.

Wenn man die in Bild 1 an die jeweiligen Teilstücke geschriebenen Zahlen als Indizes benutzt, dann gelten für die Seitenwände die Gleichungen

$$v_2 = A_2 e^{ik_2x_2} + C_2 e^{k_2x_2},$$
 (2)

$$v_3 = B_3 e^{-ik_3x_3} + D_3 e^{-k_3x_3}$$
. (3)

Für  $v_4$  und  $v_5$  gelten entsprechende Beziehungen. Aus der Randbedingung, die besagt, daß die Schnellen an den Knoten verschwinden, folgt sofort

$$A_2 - C_2$$
,  $B_3 = D_3$ ,  $A_4 = C_4$ ,  $B_5 = D_5$ . (4)

Für die weiteren Rechnungen muß man die Winkelgeschwindigkeiten w und die Biegemomente M kennen. Sie lassen sich durch einfache Differentiation nach dem Ort aus den Schnellen nach den Beziehungen

$$w = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = v', \quad M = -\frac{EI}{\mathrm{i}\,\omega} \frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{EI}{\mathrm{i}\,\omega} v'' \qquad (5)$$

gewinnen.

Es ergibt sich also aus Gl. (2) bis (4)

$$w_2(0) = A_2(i-1) k_2,$$
 (6 a)

$$M_2(0) = 2 \frac{E_2 I_2}{i_{(0)}} k_2^2 A_2,$$
 (6 b)

$$w_3(0) = B_3(-i+1) k_3,$$
 (7 a)

$$M_3(0) = 2 \frac{E_3 I_3}{i \omega} k_3^2 B_3.$$
 (7 b)

Führt man Gl. (6 b) und (7 b) in die Randbedingung für die Momente ein, die an dieser Stelle

$$M(l) = M_2(0) - M_3(0) \tag{8}$$

lautet, so folgt

$$M(l) = \frac{2}{i\omega} (E_2 I_2 k_2^2 A_2 - E_3 I_3 k_3^2 B_3), \tag{9}$$

Unter der Benutzung der Bedingung, daß die Winkelgeschwindigkeiten an den Knoten gleich sein sollen, also

$$w(l) = w_2(0), \quad w(l) = w_3(0),$$
 (10)

wird aus Gl. (9) schließlich

$$\frac{M(l)}{w(l)} = \frac{2}{\mathrm{i}(\mathrm{i} - 1) \ \omega} \ (E_2 I_2 k_2 + E_3 I_3 k_3), \quad (11)$$

Da auf der anderen Seite der Trennwand eine entsprechende Gleichung, nämlich

$$\frac{M(0)}{w(0)} = \frac{2}{\mathrm{i}\,(\mathrm{i}-1)\,\,\omega}\,(E_4\,I_4\,k_4 + E_5\,I_5\,k_5)\,,\quad(12)$$

gelten muß, hat man nun zwei der Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten A, B, C, D.

Führt man zur Verringerung der Schreibarbeit die dimensionslose Zahl

$$q = \frac{E_2 I_2 k_2 + E_3 I_3 k_3}{E I k} \tag{13}$$

ein und berücksichtigt, daß nach Voraussetzung

$$E_2 I_2 k_2 = E_4 I_4 k_4$$
,  $E_3 I_3 k_3 = E_5 I_5 k_5$ 

sein soll, dann ergeben sich durch Einsetzen von Gl. (11) und (12) in Gl. (1) bzw. in die daraus abgeleiteten Formeln für die Winkelgeschwindigkeit bzw. Biegemomente die Beziehungen

$$A e^{ikl} [1 - q(1 - i)] + B e^{-ikl} [1 + q(1 - i)] - C e^{kl} [1 - q(1 + i)] - D e^{-kl} [1 + q(1 + i)] = \frac{v_E''(l)}{k^2}.$$
 (14)

$$A[1-q(1-i)] + B[1+q(1-i)] - C[1-q(1+i)] - -D[1+q(1+i)] = \frac{v_{\text{E}}''(0)}{k^2}.$$
 (15)

Es wurde bei diesen Gleichungen bereits berücksichtigt, daß bei einer Anregung mit einem Schalldruck, der durch

$$\sum_{n} p_n \cos \frac{n \pi}{l} x$$

dargestellt werden kann, die erzwungene Schnelle dieselbe örtliche Verteilung, also eine an den Rändern verschwindende Ableitung, hat.

Die beiden noch fehlenden Bestimmungsgleichungen ergeben sich aus dem Verschwinden der Schnellen an den Knoten zu:

$$A e^{ikl} + B e^{-ikl} + C e^{kl} + D e^{-kl} = v_{\Gamma}(l)$$
. (16)

$$A + B + C + D = -v_{\rm E}(0) . ag{17}$$

Aus den Gl. (14) bis (17) erhält man nach etwas langwierigen Rechnungen für die beiden wichtigsten Größen die Ausdrücke

$$A = \frac{v_{\rm E}''(0)}{k^2 N(k \, l)} \left[ -q - \mathrm{i} \, q - \mathrm{e}^{-\mathrm{i} k l} \left( R_+ - T_+ \right) \right] +$$

$$+ \frac{v_{\rm E}''(l)}{k^2 N(k \, l)} \left[ R_+ + T_+ - \mathrm{e}^{-\mathrm{i} k l} \left( q + \mathrm{i} \, q \right) \right] +$$

$$+ \frac{v_{\rm E}(0)}{N(k \, l)} \left[ -q - \mathrm{i} \, q - 2 \, q^2 + \mathrm{e}^{-\mathrm{i} k l} \left( R_+ + T_+ -$$

$$- 2 \, \mathrm{i} \, q^2 \sinh k \, l + 2 \, q^2 \cosh k \, l \right] +$$

$$+ \frac{v_{\rm E}(l)}{N(k \, l)} \left[ T_+ + 2 \, q^2 \cosh k \, l - \mathrm{e}^{-\mathrm{i} k l} \left( q + \mathrm{i} \, q +$$

$$+ 2 \, q^2 \right) - R_+ + 2 \, \mathrm{i} \, q^2 \sinh k \, l \right]$$

$$(18)$$

und

$$\begin{split} B &= \frac{v_{\rm E}''(0)}{k^2 \, N(k \, l)} \left[ q + {\rm i} \, q + {\rm e}^{{\rm i} k l} (R_- - T_+) \right] + \\ &+ \frac{v_{\rm E}''(l)}{k^2 \, N(k \, l)} \left[ -R_- - T_+ + {\rm e}^{{\rm i} k l} (q + {\rm i} \, q) \right] + \\ &+ \frac{v_{\rm E}(0)}{N(k \, l)} \left[ q + {\rm i} \, q - 2 \, q^2 - {\rm e}^{{\rm i} k l} \left( R_- + T_+ - \right. \right. \\ &- 2 \, {\rm i} \, q^2 \, {\rm sinh} \, k \, l - 2 \, q^2 \, {\rm cosh} \, k \, l \right] + \\ &+ \frac{v_{\rm E}(l)}{N(k \, l)} \left[ R_- - T_+ + 2 \, q^2 \, {\rm cosh} \, k \, l - \right. \\ &- 2 \, {\rm i} \, q^2 \, {\rm sinh} \, k \, l + {\rm e}^{{\rm i} k l} (q + {\rm i} \, q - 2 \, q^2) \right]. \end{split}$$

Dabei ist

$$\begin{split} R_{+} &= (2 + q - \mathrm{i} \; q) \; \mathrm{sinh} \; k \; l \; ; \\ R_{-} &= (2 - q + \mathrm{i} \; q) \; \mathrm{sinh} \; k \; l \; , \\ T_{+} &= (q + \mathrm{i} \; q) \; \mathrm{cosh} \; k \; l \; , \\ N(k \; l) &= 8 \; \mathrm{i} \big[ \sin k \; l \; \mathrm{sinh} \; k \; l \; + \\ &+ \mathrm{i} \; q^{2} \big( \cos k \; l \; \mathrm{cosh} \; k \; l - 1 \big) \; \big] \; . \end{split}$$

Auf die Wiedergabe der für die mittlere Schnelle der Wand ziemlich uninteressanten Nahfeldanteile C und D wird hier verzichtet.

Es stellt eine Bestätigung der Berechnung dar, daß für q=0, also bei drehbarer Lagerung, im Nenner die Funktion auftritt, die die Resonanzstellen für diesen Fall ergibt. In ähnlicher Weise kann man zeigen, daß für  $q\to\infty$  im Nenner die Funktion

$$\cos k \, l \cosh k \, l - 1$$

auftritt, durch die bei beiderseits eingespannten Stäben die Resonanzstellen bestimmt sind.

Es sei an dieser Stelle noch bemerkt, daß sich die Größe q auch durch den "Schluckgrad" für Biegewellen an den Verzweigungsstellen ausdrücken läßt (siehe L. CREMER [11]). Als Schluckgrad  $\alpha$  wird dabei das Verhältnis der nicht reflektierten zur gesamten Energie verstanden, wenn eine Biegewelle zur Stelle x=0 oder x=l läuft und dort teilweise in die

beiden anderen Schenkel übergeht. Man kann den "Schluckgrad" aus den Randbedingungen (8) und (10) ausrechnen und erhält

$$\alpha = \frac{1}{1 + (q + 1/q)/2} \,. \tag{20}$$

Man könnte also in den folgenden Formeln stets q durch  $\alpha$  ausdrücken. Obwohl diese Darstellung klarer erkennen ließe, daß die Energieschluckung an den Verbindungsstellen die Schnelle der Trennwand sehr beeinflußt, wird sie nicht weiter benutzt, weil die Größe q nach Gl. (13) aus den konstruktiven Daten leichter zu errechnen ist.

Da für alle praktisch interessierenden Wände  $k\,l\!<\!2\,\pi$  ist, bedeutet es keine wesentliche Vernachlässigung, wenn man

$$\cosh k \, l \approx \sinh k \, l \gg 1$$

setzt. Führt man diese Vereinfachung in Gl. (18) und (19) ein, dann fallen alle Glieder mit sinh  $k\,l$  und  $\cosh k\,l$  weg. Da außerdem die Nahfeldterme C und D nicht berücksichtigt werden, entsteht durch Einsetzen der vereinfachten Gl. (18) und (19) in Gl. (1) eine Näherungsformel für die Schnelle der Wand.

Will man aus der so entstehenden Gleichung den Mittelwert der Schnelle bestimmen, dann muß man die örtliche Verteilung der erzwungenen Schnelle  $v_{\rm E}$  kennen. Man erhält  $v_{\rm E}$  bekanntlich einfach durch Einsetzen des anregenden Schalldrucks in die Biegewellengleichung

$$\frac{\mathrm{d}^4 v}{\mathrm{d}x^4} - k^4 v = \frac{\mathrm{i}\,\omega}{E\,I}\,p_\mathrm{A}\,. \tag{21}$$

Erfolgt die Anregung der Wand — wie oben vorausgesetzt — mit einem Schalldruck  $p_{\Lambda}$  der Form

$$p_{A} = \sum_{n} p_{n} \cos \frac{n \pi}{l} x, \qquad (22)$$

dann ergibt sich für die erzwungene Schnelle der Wand

$$v_{\rm E} = \sum_{n} \frac{p_n}{Z_n} \cos \frac{n \,\pi}{l} x \,. \tag{23}$$

In dieser Gleichung bedeutet

$$Z_n = \frac{EI}{\mathrm{i}\ \omega} \left[ \left( \frac{n\ \pi}{l} \right)^4 - k^4 \right] \tag{24}$$

die aus Gl. (21) berechnete "Trennimpedanz" (siehe [4]).

Setzt man ein Glied der Summe (23) in die vereinfachten Gl. (18) und (19) ein, und bildet den quadratischen Mittelwert über x, so erhält man unter Vernachlässigung von kleinen Gliedern, die im Mittel Null werden

$$\overline{v_{n}^{2}} = \frac{p_{n}^{2}}{2 Z_{n}^{2}} \left[ 1 + \frac{E_{n}^{2} + G_{n}^{2} + H_{n}^{2} + I_{n}^{2}}{16 (\sin^{2} k \, l + q^{4} \cos^{2} k \, l)} + \frac{\sin(n \, \pi - k \, l)}{2 (n \, \pi - k \, l)} \frac{I_{n} \sin k \, l - G_{n} \, q^{2} \cos k \, k \, l}{\sin^{2} k \, l + q^{4} \cos^{2} k \, l} \right], \tag{25}$$

$$E_{n} = \left[ -q - 2 \, q^{2} + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \cos n \, \pi + \left[ q + 2 \, q^{2} + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \sin k \, l - \left[ q - 2 \, q^{2} - \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \cos k \, l,$$

$$G_{n} = \left[ -q + 2 \, q^{2} - \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \cos n \, \pi + \left[ q - 2 \, q^{2} - \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \sin k \, l + \left[ q + 2 \, q^{2} + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \cos k \, l,$$

$$H_{n} = \left[ -2 + q - \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} (2 + q) \right] \cos n \, \pi - \left[ q + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \sin k \, l + \left[ 2 + q + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} (2 - q) \right] \cos k \, l,$$

$$I_{n} = \left[ q + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \cos n \, \pi - \left[ 2 + q + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} (2 - q) \right] \sin k \, l - \left[ q + \left( \frac{n \, \pi}{k \, l} \right)^{2} q \right] \cos k \, l.$$

Für die Berechnung der von der Wand abgestrahlten Leistung ist es wichtig zu wissen, daß das erste Glied in Gl. (25) die erzwungene Welle repräsentiert, während der zweite Term von den freien Wellen herrührt. Das dritte Glied ist vom gemischten Typ. Da es nur für  $kl{\approx}n\pi$  große Werte ergibt, kann man annehmen, daß man hierfür dasselbe Abstrahlverhalten ansetzen kann wie für die erzwungene Welle.

Erfolgt die Anregung mit einem Schalldruck, der mehrere Glieder der Summe (22) enthält, dann treten in Gl. (25) komplizierte Summenbildungen auf. Benutzt man jedoch im Senderaum eine Punktschallquelle, deren Standort dauernd geändert wird, so läßt sich zeigen (siehe Anhang), daß alle Doppelsummen wegfallen, und daß die Schnelle der Trennwand durch

$$\overline{v^2} = \sum_{n} \overline{v_n^2} = \sum_{n} \frac{\overline{p_n^2}}{2 Z_n^2} [\dots]$$
 (26)

gegeben ist  $(\overline{v_n^2} \text{ und } [\ldots] \text{ siehe Gl. } (25)).$ 

## 3.1. Verhalten unterhalb der Grenzfrequenz $(k l > n \pi)$

Das Gebiet unterhalb der Grenzfrequenz ist dadurch gekennzeichnet, daß die Biegewellenlänge der Wand kleiner ist als die Luftwellenlänge bei der jeweiligen Frequenz. Da Gl. (22) voraussetzt, daß die Luftwellenlänge größer ist als  $2\,l/n$ , ist der Bereich unterhalb der Grenzfrequenz charakterisiert durch  $k\,l>n\,\pi$ .

Damit wird auch

$$Z_n \approx -\frac{EI}{i\omega}k^4 = i\omega\varrho h \qquad (27)$$

und

$$\left(\frac{n\,\pi}{k\,l}\right)^2 < 1.$$

Mit Gl. (27), die besagt, daß die Trennimpedanz nur durch die Wandmasse bestimmt ist, läßt sich ohne große Schwierigkeit der Mittelwert von Gl. (25) über ein bestimmtes Frequenzband bilden, weil nun das dritte Glied keine Rolle mehr spielt. Man erhält so unter der Voraussetzung, daß man für  $\overline{p_n}^2$  den Mittelwert über die Frequenz, nämlich  $\overline{p_n^2}$  einsetzen kann (siehe Anhang):

$$\overline{v^2} = \sum_{n} \frac{\overline{p_n^2}}{2 \omega^2 \varrho^2 h^2} \left( 1 + \frac{1 + q^2 + 2 q^4}{2 q^2} \right).$$
 (28)

Der zweite Term in Gl. (28) repräsentiert die freien Wellen, die für  $q=\sqrt[4]{0.5}$  die kleinsten und erwartungsgemäß für  $q\to 0$  und  $q\to \infty$  die größten Werte annehmen.

Da für  $q \to 0$  und  $q \to \infty$ , d. h. im Fall der drehbar gelagerten oder starr eingespannten Platte, keine Energieableitung über die Ränder erfolgt ( $\alpha=0$  nach Gl. (20)), würden die freien Wellen sogar unendlich hohe Werte annehmen. Das ist sicher nicht der Fall, weil das Wandmaterial auch eine innere Dämpfung besitzt. Um abschätzen zu können, ob die innere Dämpfung — repräsentiert durch den Verlustfaktor  $\eta$  — oder ob die Energieableitung in die umgebenden Wände die Schnelle der Trennwand bestimmt, wurde aus Gl. (25) durch Einsetzen des komplexen Wertes für k l, nämlich

$$\underline{k}\,\underline{l} = k\,l\left(1 - \mathrm{i}\,\frac{\eta}{4}\right),\tag{29}$$

für q=0 und  $q=\infty$  die Schnelle der freien Wellen bestimmt. Es ergab sich für diesen Fall statt Gl. (28) die Formel

$$\overline{\overline{v^2}} = \sum_{n} \frac{\overline{p_n^2}}{2 \omega^2 o^2 h^2} \left( 1 + \frac{2}{n \, k \, l} \right). \tag{30}$$

Das heißt also, daß für

$$\frac{1}{\eta} < \frac{k \, l \, (1 + q^2 + 2 \, q^4)}{4 \, q^2} \tag{31}$$

die innere Dämpfung und für den umgekehrten Fall die Energieableitung die Schnelle der freien Wellen bestimmen.

## 3.2. Verhalten oberhalb der Grenzfrequenz $(k \, l < n \, \pi)$

Oberhalb der Grenzfrequenz kann bei gewissen Frequenzen der Schalleinfall so erfolgen, daß  $k l = n \pi$ , also  $Z_n = 0$  ist (siehe Gl. (24)). In die-

sem Fall wird die Schnelle der erzwungenen Welle sehr groß, und es ergeben sich bei unendlich großen Wänden die bekannten Totaldurchgänge, die die Schalldämmung oberhalb der Grenzfrequenz bestimmen.

Bei Wänden endlicher Flächen wird zwar auch die Trennimpedanz Null, aber man kann sich leicht durch Einsetzen von  $k\,l=n\,\pi$  in Gl. (25) überzeugen, daß gleichzeitig die eckige Klammer Null wird, die Schnelle also von der Form 0/0 ist. Dieses Verhalten ist ganz allgemein (siehe L. Cremer [11]) und kommt davon her, daß die an den Rändern ausgelösten freien Wellen zu den erzwungenen gegenphasig sind.

Eine Entwicklung von Gl. (25) nach kleinen Werten von  $k l - n \pi$  zeigt übrigens, daß an der Stelle  $k l = n \pi$ 

$$\overline{v_n^2} = \frac{k^2 l^2}{32 \omega^2 \varrho^2 h^2} \overline{p_n^2} \left( \frac{5}{6} + \frac{1}{2 q} + \frac{1}{2 q^2} \right) (32)$$

ist.

Diese Gleichung gilt jedoch nur in einem sehr kleinen Bereich in der Nähe von  $k l = n \pi$ . Für die weitere Umgebung dieser Stelle ist die Schnelle sehr verschieden, je nachdem q>2 oder q<1/2 ist (siehe Bild 2).

Da aber die weitere Umgebung von  $k\,l=n\,\pi$  für die mittlere Schnelle maßgebend ist, wird im folgenden dieser Bereich näher untersucht. Es erweist sich dabei als zweckmäßig, das Verhalten für große und kleine Werte von q getrennt zu behandeln und dann eine für alle Fälle näherungsweise richtige Interpolationsformel anzugeben.

## 3.2.1. Verhalten für $q \rightarrow \infty$ (q>2)

Da wie oben angegeben und wie aus Bild 2 ersichtlich ist, die Schnelle der Wand durch das Verhalten in einer gewissen Umgebung um die Stelle  $k\,l=n\,\pi$  gegeben ist, kann man, wenn die Wand nur genügend groß ist, für den in Gl. (25) häufig vorkommenden Faktor  $n\,\pi/k\,l$  den Wert eins einsetzen. Man erhält dann aus Gl. (25)

$$\overline{v^{2}} = \sum_{n} \frac{\overline{p_{n}^{2}}}{2 Z_{n}^{2}} \left[ 1 - \frac{\sin(k \, l - n \, \pi)}{k \, l - n \, \pi} + q^{4} \frac{1 + \sin(k \, l - n \pi)}{q^{4} \cos^{2} k \, l + \sin^{2} k \, l} + q^{4} \frac{(\sin k \, l - \cos n \, \pi) \cos k \, l}{q^{4} \cos^{2} k \, l + \sin^{2} k \, l} \cdot \frac{\sin(k \, l - n \, \pi)}{k \, l - n \, \pi} \right].$$

Aus Gl. (24) ergibt sich durch Entwicklung in der Nähe der Stelle  $k\,l=n\,\pi$ 

$$Z_n^2 \approx 16 \frac{\omega^2 \varrho^2 h^2}{k^2 l^2} (n \pi - k l)^2$$
. (34)

Setzt man diesen Wert in Gl. (33) ein, dann sieht man, daß nur das dritte und vierte Glied in der eckigen Klammer merkbare Beiträge zur Schnelle liefert.

Da in der Praxis die Anregung der Wand stets mit einem Frequenzgemisch erfolgt, wird Gl. (33) noch über die Frequenz, d. h. über k l, integriert. Dabei wird wieder vorausgesetzt, daß man den Frequenzmittelwert von  $p_n^{-2}$  einfach vorziehen kann (siehe Anhang). Also ist

$$v^{2} \approx \sum_{n} \frac{\overline{p_{n}^{2}} k^{2} l^{2}}{32 \omega^{2} \varrho^{2} h^{2}} \frac{q^{4}}{2 \Delta k} \int_{-\Delta k l}^{+\Delta k l} \frac{1 + \sin \delta}{\delta^{2} (q^{4} \cos^{2} \delta + \sin^{2} \delta)} - \frac{(1 + \sin \delta) \sin \delta \cos \delta}{\delta^{3} (q^{4} \cos^{2} \delta + \sin^{2} \delta)} d\delta.$$
(35)

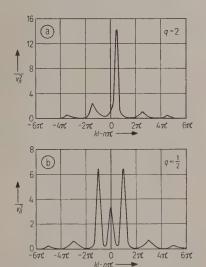


Bild 2. Qualitativer Verlauf der Schnelle in der Nähe der Spuranpassung;

(a) für q = 2; (b) für q = 1/2.

Dabei bedeutet  $2 \Delta k l$  den Integrationsbereich, außerdem ist  $\delta = n \pi - k l$ . Aus Gl. (35) sieht man sofort, daß nur diejenigen Eigenschwingungen (mit n-Knoten) einen merkbaren Beitrag zur Schnelle liefern, bei denen  $\delta$  den Wert Null annehmen kann, für die also  $kl - \Delta k l < n \pi < k l + \Delta k l$  ist. Alle anderen Eigenschwingungen, die zu keiner Spuranpassung im anregenden Frequenzgebiet führen, tragen zur Schnelle der Wand so wenig bei, daß sie vernachlässigt werden können. Man braucht also in Gl. (35) die Summation nur mehr von  $n_1$  bis  $n_2$  durchzuführen, wobei  $n_1$  und  $n_2$  die den Werten

$$\frac{1}{\pi} (k \, l - \Delta k \, l)$$
 bzw.  $\frac{1}{\pi} (k \, l + \Delta k \, l)$ 

nächstgelegenen Zahlen sind.

Die Integration in Gl. (35) kann näherungsweise durchgeführt werden und liefert den Wert  $\pi/q^2$ . Setzt man diese Zahl in Gl. (35) ein, so folgt

$$\bar{v^2} \approx \frac{\pi}{32} \frac{k^2 l^2}{\omega^2 \varrho^2 h^2} \frac{q^2}{2 \Delta k l} \sum_{n_1}^{n_2} \overline{p_n^2}.$$
 (36)

## 3.2.2. Verhalten für beliebige Werte von a

Führt man eine ähnliche Integration für die in Gl. (25) auftretenden Glieder mit  $q^2$  und  $q^0$  durch ( $q^1$  kommt nur in Verbindung mit ungeraden Funktionen vor, und führt deshalb ähnlich wie die Glieder mit  $q^3$  zu keinem merkbaren Beitrag zur Schnelle), dann ergeben sich zu Gl. (36) analoge Formeln. Man kann damit die für alle q näherungsweise gültige Interpolationsformel

$$\overline{v^2} \approx \frac{\pi}{32} \frac{k^2 l^2}{\omega^2 \rho^2 h^2} \left( q + \frac{1}{q} \right)^2 \frac{1}{2 \Delta k l} \sum_{n=1}^{n_t} \overline{p_n^2}$$
 (37)

angeben, die z. B. für q=1 nur um 15% vom wahren Wert abweicht.

Die Integration von Gl. (33) läßt sich auch für den Fall der verlustlosen Einspannung  $q=\infty$  durchführen, wenn man wieder für  $k\,l$  wegen der Materialdämpfung den entsprechenden komplexen Wert einsetzt (siehe Gl. (29)). Es ergibt sich in diesem Fall

$$\overline{v^2} \approx \frac{\pi}{32} \frac{k^2 l^2}{\omega^2 \varrho^2 h^2} \frac{4}{\eta k l} \frac{1}{2 \Delta k l} \sum_{n_i}^{n_i} \overline{p_n^2}.$$
 (38)

Wie man sieht, ist oberhalb der Grenzfrequenz die Gleichheit von Gl. (37) und (38), also gleiche Energievernichtung durch Ableitung bzw. durch Materialdämpfung, nicht genau durch Gl. (31) gegeben. Das ist nicht weiter verwunderlich, weil oberhalb der Grenzfrequenz eine andere Art der Anregung vorliegt.

## 4. Berechnung der Schalldämmung

#### 4.1. Verhalten unterhalb der Grenzfrequenz

Aus Gl. (A, 1) und (A, 3) ergibt sich mit Hilfe derselben Schlußweise, die zu Gl. (A, 6) führt

$$\overline{p^2} = \frac{1}{4} \sum_n \overline{p_n^2} .$$

Damit wird aus Gl. (28)

$$\overline{v^2} = 2 \overline{p^2} \frac{1}{\omega^2 \varrho^2 h^2} \left( 1 + \frac{1 + q^2 + 2 q^4}{2 q^2} \right).$$
 (39)

Um aus dieser Gleichung die Schalldämmung zu bestimmen, empfiehlt es sich, die von der Wand abgestrahlte Leistung zu berechnen. Da die in Gl. (39) gemeinsam auftretenden erzwungenen und freien Wellen verschiedene Abstrahlgrade s (siehe [15])

haben, setzt sich die abgestrahlte Schalleistung aus zwei Anteilen, nämlich

$$P_{\rm E} = \frac{1}{2} \, \varrho_0 \, c_0 \, l \, s_{\rm E} \, \overline{v_{\rm E}^2} \tag{40}$$

und

$$P_{\rm F} = \frac{1}{2} \varrho_0 c_0 l s_{\rm F} \overline{v_{\rm F}^2}$$
 (40 a)

zusammen ( $\varrho_0\,c_0$  Wellenwiderstand der Luft). Der Index E soll die erzwungenen, der Index F die freien Wellen charakterisieren.

Da die auf die Wand auffallende Leistung durch

$$-P_0 = \frac{l}{4 \varrho_0 c_0} \overline{p^2}$$
 (41)

gegeben ist, kann man das letztlich interessierende Schalldämmaß

$$R = 10 \log \frac{P_0}{P_E + P_F} \tag{42}$$

leicht berechnen, wenn man die Abstrahlgrade kennt.

Für die meisten praktisch vorkommenden Fälle, bei denen  $c_0/f_{\rm g} \ll l$  ist  $(f_{\rm g} \ {\rm soll} \ {\rm die} \ {\rm Grenzfrequenz}$  bedeuten), spielt die von den freien Wellen abgestrahlte Leistung keine Rolle, so daß sich für die Schalldämmung das bekannte Massengesetz

$$R = 20 \log \frac{\omega \varrho h}{2 \varrho_0 c_0} - 3 \tag{43}$$

ergibt. Es wurde hier  $s_{\rm E}\!=\!2$  gesetzt. Für unendlich große Wände ist das gleichbedeutend mit der Annahme, daß der Schalleinfall unter  $60^\circ$  erfolgt.

Gl. (43) gilt bei großen Wänden übrigens auch, wenn die Energievernichtung durch die Materialdämpfung bestimmt ist, d. h., wenn die mittlere Schnelle durch Gl. (30) ausgedrückt werden kann.

#### 4.2. Verhalten oberhalb der Grenzfrequenz

Um aus Gl. (37) die Schalldämmaße zu errechnen, muß man in Gl. (A, 10)  $n/l \approx k/\pi$  einsetzen, weil bei der Berechnung von Gl. (37) vorausgesetzt wurde, daß die Schallübertragung nur in dem Gebiet  $k \, l \approx n \, \pi$  erfolgt. Man erhält so, wenn man sich auf Frequenzen beschränkt, die mehr als eine Oktave über  $t_{\pi}$  liegen

$$\overline{\overline{v}^2} \approx \overline{p^2} \frac{\pi^2}{2 \omega^2 \varrho^2 h^2} \frac{f_g l}{c_0} \left( q + \frac{1}{q} \right)^2 \frac{n_2 - n_1}{2 \Delta k l}.$$
 (44)

Berücksichtigt man nun noch, daß — wie in Abschnitt 3.2.2 bereits angegeben wurde —  $2\Delta k l \approx \pi (n_2 - n_1)$  ist, so ergibt sich

$$v^2 \approx p^2 \frac{\pi}{2 \omega^2 \, \varrho^2 \, h^2} \frac{f_{\rm g} \, l}{c_0} \left( q + \frac{1}{q} \right)^2.$$
 (45)

Aus dieser Gleichung kann man wieder nach Gl. (40) die abgestrahlte Leistung berechnen, die in diesem Fall nur aus einem Anteil besteht, der, überdies da  $f > 2 f_g$  sein soll, den Abstrahlgrad s = 1 hat. Also ist

$$R = 20 \log \frac{\omega \varrho h}{2 \varrho_0 c_0} - 20 \log \left( q + \frac{1}{q} \right) - 10 \log \frac{\pi f_{\rm g} l}{4 c_0}. \tag{46}$$

Wie man sieht, sind oberhalb der Grenzfrequenz die Schalldämmaße durch eine gegenüber dem Massengesetz parallel nach unten verschobene Kurve gegeben.

Erfolgt die Dämpfung der Biegewellen auf der Trennwand nur durch die innere Materialdämpfung, dann erhält man aus Gl. (38):

$$R = 20 \log \frac{\omega \varrho h}{2 \varrho_0 c_0} - 10 \log \frac{1}{2 \eta} \sqrt{\frac{f_g}{f}}.$$
 (47)

In dieser Formel tritt erwartungsgemäß die Größe der Wand nicht mehr auf, weil der Randeinfluß keine Rolle mehr spielt. Trotzdem unterscheidet sich das zweite Glied in Gl. (47) um den Faktor  $\pi V f_g/\overline{f}$  von der von Cremer [4] angegebenen Schalldämmung für unendlich große Wände mit dem Verlustfaktor  $\eta$ . Dieser Unterschied ist darauf zurückzuführen, daß in einem Fall eine über alle Winkel gleichmäßig verteilte Schalleistung angenommen wurde, während bei den hier vorliegenden Rechnungen die Anregung durch eine Punktschallquelle im Senderaum erfolgen sollte.

#### 4.3. Verhalten bei der Grenzfrequenz

Aus Gl. (37) kann man auch die Schalldämmung bei der Grenzfrequenz berechnen, wenn man bedenkt, daß an dieser Stelle  $f/c_0 \approx n/l$  also  $\overline{p^2} \approx 1/4$   $\overline{p_n^2}$  (siehe Gl. (A, 10)) ist. Es ergibt sich so bei Berücksichtigung der Energieableitung über die Ränder als Mindestschalldämmaß

$$R = 20 \log \frac{\varrho h}{\varrho_0 l} - 20 \log \frac{1}{2} \left( q + \frac{1}{q} \right).$$
 (48)

Das Maximum bei q=1 bedeutet hier wie in Gl. (45) Anpassung des Randdrehwiderstandes M/w der Trennwand an den Drehwiderstand der Seitenwände.

Aus der Gleichung sieht man, daß die Schalldämmung nicht mehr von der Grenzfrequenz abhängt, sondern hauptsächlich durch die Masse und die Größe der Wand gegeben ist. Die Tatsache, daß die Dämmung bei der Grenzfrequenz fast unabhängig von der Lage der Grenzfrequenz ist, wurde kürzlich von B. Watters [16] (siehe auch [18]) experimentell festgestellt. Watters nähert die Schalldämmung in der Nähe der Grenzfrequenz durch konstante Werte an, für die er Erfahrungswerte angibt, die von den Materialeigenschaften abhängen. Es ist etwas erstaunlich, daß Watters keine Abhängigkeit der "Plateau-Höhe" von der Dicke der Wand feststellte. Wahrscheinlich ist das darauf zurückzuführen,

daß sich bei seinen Untersuchungen die Änderungen von h und q gerade kompensierten. (Bei einem Prüfstand mit Seitenwänden aus Vollziegelsteinen ergäbe sich z. B. wegen der verschiedenen Werte von q für eine Trennwand aus 25 cm Vollziegeln fast dieselbe Schalldämmung bei der Grenzfrequenz wie für eine Trennwand aus 12 cm Ziegeln, wenn die Linearabmessungen der Wand ca. 400 cm sind. Nach Gl. (48) würde man in diesem Fall einen Wert von 36 dB errechnen, während Watters 33 dB angibt.)

## 4.4. Vergleich der Theorie mit Meßergebnissen

Leider gibt es in der Literatur nur wenige Meßergebnisse von Wänden, bei denen die Randeinspannung genau bekannt ist, und bei denen gleichzeitig die Nebenwegübertragung unterbunden ist.

Bild 3 zeigt Meßergebnisse, die K. Gösele [10] an einer 25 cm Ziegelwand erhielt. Die Trennwand



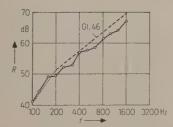
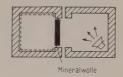


Bild 3. Schalldämmung einer Vollziegelwand in einem nebenwegfreien Prüfstand mit abgedeckten Seitenwänden;  $f_{\rm g}=100~{\rm Hz},~\varrho~h=41~{\rm g/cm^2},~l=300~{\rm cm},~q=1;$  gestrichelte Werte nach Gl. (46) berechnet (Messung von K. Gösele [10]).

befand sich in einem Nebenweg-freien Prüfstand, dessen Seitenwände ebenfalls aus 25 cm Ziegelwänden bestanden. Da die Seitenwände nicht durchgehen (d. h.  $E_3 I_3 k_3 = 0$ ,  $E_2 I_2 k_2 = E I k$ ) ergibt sich nach Gl. (13) q = 1. Die Seitenwände waren zusätzlich abgedeckt, so daß der Meßaufbau dem in Bild I angegebenen entsprach. Da für Ziegelwände dieser Dicke die Grenzfrequenz etwa 100 Hz beträgt (berechnet aus Dehnwellengeschwindigkeitsmessungen von J. RUPPRECHT [17]) kann man die Schalldämmmaße der Wand oberhalb von 200 Hz nach Gl. (46) berechnen und erhält die in Bild 3 gestrichelt eingezeichneten Werte. Verbindet man diese Kurve noch mit dem bei 100 Hz nach Gl. (48) berechneten Schalldämmaß, so ergibt sich ein Kurvenverlauf, der sich mit den Meßwerten erstaunlich gut deckt.

Bild 4 zeigt ebenfalls von K. GÖSELE [10] gemessene Werte, die am gleichen Prüfstand und bei gleicher Trennwand erhalten wurden, nur war im Unterschied zu Bild 3 die Trennwand elastisch gelagert, so daß keine Energieableitung über die Ränder erfolgte. In Bild 4 sind gestrichelt die nach Gl. (47)



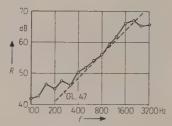


Bild 4. Schalldämmung einer elastisch gelagerten Vollziegelwand;  $f_{\rm g} = 100\,{\rm Hz}, \varrho\,h = 41\,{\rm g/cm^2}, \,\eta = 10^{-2};$  gestrichelte Werte nach Gl. (47) berechnet (Messung von K. Gösele [10]).

berechneten Werte eingezeichnet, wobei  $\eta=10^{-2}$  (siehe z. B. L. L. Beranek [18]) gesetzt wurde. Abgesehen von den höchsten Frequenzen, bei denen die Biegewellenlänge nicht mehr groß ist verglichen mit der Wanddicke, stimmen auch in diesem Fall die gerechneten und gemessenen Werte einigermaßen überein. Die Bilder 3 und 4 zeigen also, daß die vorliegende Rechnung die durch Änderungen der Rand-



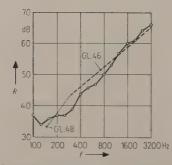
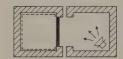


Bild 5. Schalldämmung einer 12 cm starken Betondecke in einem Prüfstand mit abgedeckten Seitenwänden;  $f_{\rm g} = 150~{\rm Hz},~~ \varrho~h = 26~{\rm g/cm^2},~~ l = 340~{\rm cm},~~ q = 3$ ; gestrichelte Werte nach Gl. (46) gerechnet.

bedingungen hervorgerufenen – beträchtlichen – Änderungen der Schalldämmaße richtig wiedergibt.

Bild 5 zeigt eine vom Verfasser gemessene Kurve an einer 12 cm starken Betondecke, bei der näherungsweise q=3 war. Der Prüfstand, in dem die Messungen erfolgten, hatte eine Nebenwegabdekkung, entsprach also wieder Bild 1. Die Grenzfrequenz der Wand betrug 150 Hz.



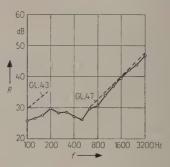


Bild 6. Schalldämmung einer 8 cm starken Gipsdielenwand;  $f_{\rm g} = 350$  Hz,  $\varrho \, h = 5.7$  g/cm², l = 300 cm,  $\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ ; gestrichelte Werte nach Gl. (43) bzw. (47) berechnet; (Messung von Th. Kristen und H. Brandt [12]).

In Bild 6 ist schließlich noch die von Kristen und Brandt [12] gemessene Dämmkurve einer 8 cm Gipsdielenwand aufgetragen. In diesem Fall waren die Seitenwände so dick (q>10), daß die Energievernichtung nur durch die innere Dämpfung erfolgte. Es ist also für die Berechnung Gl. (43) und Gl. (47) heranzuziehen. Für den Verlustfaktor wurde der geschätzte Wert  $\eta=5\cdot 10^{-3}$  eingesetzt.

#### 5. Schlußfolgerungen

- 1. Die Berechnung der Schalldämmung von Einfachwänden (ohne Berücksichtigung der Nebenwegübertragung) zeigt, daß unterhalb der Grenzfrequenz
  im allgemeinen die endliche Ausdehnung und die
  Einspannung der Wand keine Rolle spielen, und daß
  die Dämmung näherungsweise durch das sogenannte
  Massengesetz (siehe Gl. (43)) beschrieben werden
  kann.
- 2. Oberhalb der Grenzfrequenz wird die Schalldämmung durch die Energieableitung auf die Seitenwände stark beeinflußt. Es wird eine Formel (Gl. 46) angegeben, die diesen Einfluß einigermaßen richtig erfaßt.

Die Art der Randeinspannung wird dabei durch eine Größe q berücksichtigt, die sich aus den konstruktiven Daten der Trennwand und der Seitenwände nach Gl. (13) oder aus dem "Schluckgrad" für Biegewellen an den Verzweigungspunkten nach Gl. (20) errechnen läßt.

3. Ist die Energieableitung über die Seitenwände kleiner als die Energievernichtung durch die innere Dämpfung in der Trennwand, dann ergibt sich oberhalb der Grenzfrequenz eine durch Gl. (47) gegebene Schalldämmung, die zwar von der Materialdämpfung aber nicht mehr von der Größe der Wand abhängt. Wie ein Vergleich von Gl. (46) und (47) zeigt, lohnt eine Erhöhung der inneren Dämpfung nur dann, wenn

$$\eta > \frac{2 c_0}{\pi l V f f_g} \left( q + \frac{1}{q} \right)^{-2},$$

also speziell, wenn q sehr groß oder sehr klein ist, d. h. wenn die Seitenwände viel dicker oder viel dünner als die Trennwand sind.

- 4. Wie Gl. (47) zeigt, müßte es möglich sein, durch Verwendung von sehr biegesteifen  $(f_{\rm g} < 50~{\rm Hz})$  und sehr stark gedämpften  $(\eta > 0,1)$  Materialien Wände zu bauen, die das Massengesetz erreichen oder sogar überschreiten.
- 5. Bei dicken Wänden, bei denen die Grenzfrequenz ohnehin sehr tief liegt, kann die Schalldämmung durch Erhöhung des Gewichts, der Biegesteifigkeit und wenn der Verlustfaktor die unter 3 angegebene Grenze überschreitet durch Vergrößerung der inneren Dämpfung verbessert werden. Eine Verringerung der Biegesteifigkeit ist bei dicken Wänden im allgemeinen nicht ratsam.
- 6. Da die Schalldämmung auch von der Flächengröße und der Randeinspannung abhängt, sollten die entsprechenden Daten bei Messungen mit angegeben werden. Für den Bau von Prüfständen empfiehlt es sich, die Seitenwände so zu machen, daß für die am häufigsten gemessenen biegesteifen Wände 1/2 < q < 2 ist. In diesem Bereich ändert sich die Dämmung nur wenig mit q.

Herrn Professor Cremer möchte ich für Stellung der Aufgabe und für zahlreiche wertvolle Ratschläge und Hinweise bei ihrer Durchführung bestens danken. Dem Bundeswohnungsministerium danke ich für die Bereitstellung von Mitteln zur Durchführung dieser Aufgabe.

#### Anhang

Verteilung der einfallenden Schallenergie auf die verschiedenen Eigenschwingungen

Nimmt man an, daß vor der Trennwand ein rechteckiger "zweidimensionaler Raum" mit der Länge l und der Breite b ist \*, dann läßt sich bei Anregung

durch eine Punktschallquelle an der Stelle  $(x_S, y_S)$  der Schalldruck als (siehe [13])

$$p = K \sum_{n,v} \frac{1}{\omega_{nv}^2 - \omega^2} \cos \frac{n \pi}{l} x_{\rm S} \cos \frac{v \pi}{b} y_{\rm S} \times \cos \frac{n \pi}{l} x \cos \frac{v \pi}{b} y \tag{A, 1}$$

darstellen. Dabei sind  $\omega_{nv}$  die wegen der Dämpfung komplexen Eigenfrequenzen des Raumes und K ist eine von der Sendeleistung abhängige Konstante.

Aus Gl. (A, 1) folgt für den Schalldruck an der Trenwand, d. h. für y=0 ,

$$p_{A} = \sum_{n} p_{n} \cos \frac{n \pi}{l} x \qquad (A, 2)$$

(siehe Gl. (22)).

Die hier auftretenden Größen

$$p_n = K \sum_{v} \frac{1}{\omega_{nv}^2 - \omega^2} \cos \frac{n \pi}{l} x_{\rm S} \cos \frac{v \pi}{b} y_{\rm S} \quad (A, 3)$$

ergeben sich durch Vergleich von Gl. (A, 1) und (A, 2).

Mit Hilfe von Gl. (A, 3) läßt sich leicht zeigen, daß bei der Berechnung von Gl. (26) alle Doppelsummen wegfallen. Es wird nämlich

$$|\sum p_n|^2 =$$

$$K_{n,v,n',v'}^2 \frac{\cos \frac{n\pi}{l} x_{\mathrm{S}} \cos \frac{v\pi}{b} y_{\mathrm{S}} \cos \frac{n'\pi}{l} x_{\mathrm{S}} \cos \frac{v'\pi}{b} y_{\mathrm{S}}}{\left| \underline{\omega}_{nv}^2 - \omega^2 \right| \left| \underline{\omega}_{n'v'}^2 - \omega^2 \right|}$$

bei Mittelung über alle Werte von  $x_{\rm S}$  und  $y_{\rm S}$  (d. h. bei Verschiebung des Senders während der Messung)

$$\frac{K^2}{4} \sum_{n,v} \frac{1}{|\omega_{nv}|^2 - \omega^2|^2} = \sum_{n} \overline{p_n}^2.$$
 (A, 4)

Die in Gl. (A, 4) auftretende Größe  $\overline{p_n^2}$  ist das quadratische Mittel von Gl. (A, 3).

Bei der Berechnung von Gl. (28), d. h. bei der Bestimmung des Frequenzintegrals über Gl. (26) wurde vorausgesetzt, daß man bei der Integration über die Frequenz einfach den Mittelwert von  $\overline{p_n^2}$  einsetzen kann. Diese Näherung wäre z. B. zulässig, wenn sich  $\overline{p_n^2}$  mit der Frequenz nur wenig ändern würde. Tatsächlich ändert sich aber — wie Gl. (A, 3) zeigt —  $p_n$  sehr stark mit der Frequenz; wenn die Eigenfrequenzen  $\omega_{nv}$  sehr dicht liegen, d. h. wenn b sehr groß ist und wenn die Dämpfung des Raumes sehr klein ist, kann man sogar die eckige Klammer in Gl. (25) als eine im Vergleich zu  $p_n$  sehr lang-

<sup>\*</sup> Für das hier untersuchte Modell bedeutet das, daß die durchgehenden Seitenwände nicht gleichzeitig die Begrenzungen des Senderaumes sein können. Vielmehr sollen die Begrenzungen durch die in Bild 1 gestrichelt eingezeichneten dünnen Vorsatzschalen und durch die Trennwand gegeben sein.

sam sich ändernde Funktion ansehen. Da außerdem alle Glieder der Summe (A, 3), deren Eigenfrequenzen im Integrationsbereich liegen, bei der Integration denselben Wert ergeben, bedeutet es sicher keinen großen Fehler, wenn man bei der Integration von  $\overline{v_n^2}$  einfach den Mittelwert von  $\overline{p_n^2}$  einsetzt und nurmehr über die Glieder summiert, deren Eigenfrequenzen im Integrationsbereich liegen.

Zur Berechnung der Schalldämmung muß man nun noch wissen, welcher Anteil des gesamten Schalldrucks auf ein gegebenes  $p_n$  entfällt.

Aus Gl. (A, 1) ergibt sich für das mittlere Schalldruckquadrat im Senderaum:

$$\overline{p^2} = \frac{K^2}{16} \sum_{n,n} \frac{1}{|\omega_{nn}|^2 - \omega^2|^2}.$$
 (A, 5)

Mittelt man diese Gleichung über den Frequenzbereich  $\Delta f$ , so erhält man (siehe z. B. [14])

$$\overline{\overline{p^2}} = \frac{M^2}{16} \frac{\Delta N}{\Delta t}.$$
 (A, 6)

Dabei ist M eine von der Schallquelle, dem Volumen und der Dämpfung abhängige Konstante. AN ist die Anzahl der Eigenfrequenzen im Integrationsbereich. In ähnlicher Weise kann man aus Gl. (A, 3)

$$\overline{\overline{p_n^2}} = \frac{M^2}{4} \frac{\Delta N_n}{\Delta t} \tag{A,7}$$

erhalten, wobei  $\Delta N_n$  die Anzahl der Eigenschwingungen ist, deren Eigenresonanzen im Integrationsbereich liegen und die in x-Richtung genau n Knoten haben.

Für die Größe  $\Delta N/\Delta f$  kann man aus der Literatur (siehe z. B. [13]) den Wert

$$\frac{\Delta N}{\Delta f} \approx \frac{2 \pi b l}{c_0^2} f \tag{A,8}$$

entnehmen (c<sub>0</sub> Schallgeschwindigkeit in Luft).

Die Zahl  $\Delta N_n$  ergibt sich daraus, daß bis zur unteren Grenze fu des Integrationsbereichs

$$v_{\rm u} = b \sqrt{4 f_{\rm u}^2/c_0^2 - n^2/l^2}$$

und bis zur oberen Grenze fo

$$v_0 = b \sqrt{4 f_0^2/c_0^2 - n^2/l^2}$$

Eigenfrequenzen mit n Knoten in x-Richtung möglich sind. Es ist also näherungsweise

$$\Delta N_n = v_0 - v_u \approx \frac{4 b f}{c_0^2 \sqrt{4 f^2/c_0^2 - n^2/l^2}} \Delta f$$
 (A, 9)

und damit

$$\overline{p^2} \approx \overline{p_n^2} \frac{\pi l}{8} \sqrt{\frac{4 f^2}{c_0^2} - \frac{n^2}{l^2}}.$$
 (A, 10)

Gl. (A, 9) und (A, 10) gelten natürlich nicht mehr, wenn  $2f/c_0 \approx n/l$  ist. In diesem Fall empfiehlt es sich  $p^2 \approx \frac{1}{4} p_n^2$  zu setzen (siehe Gl. (A, 6) und (A, 7).)

(Eingegangen am 14. September 1959.)

#### Schrifttum

- Lord RAYLEIGH, Theory of Sound II, § 271.
- [2] Berger, R., Über die Schalldurchlässigkeit. Dissertation, München 1910.
- [3] Reissner, H., Helv. phys. Acta 11 [1938], 140.
- [4] CREMER, L., Akust. Z. 7 [1942], 81. [5] Schoch, A., Akust. Z. 1 [1936], 115.
- [6] Vogel, T., Sur les vibrations de certains systèmes élastiques dans un champ sonore. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air No. 209 [1948].
- YEH, G. und Martinek, J., Acustica 5 [1955], 104.
- [8] Schoch, A., Acustica 4 [1954], 289.
  [9] Schoch, A. und Fehér, K., Acustica 2 [1952], 189.
- [10] Gösele, K., Vergleich der Schallübertragungs-wege im Laboratorium und im Bau. Unveröffentlichter Bericht, Stuttgart, April 1959.
- [11] CREMER, L., Propagation of structure borne sound in buildings. D.S.I.R. Report No. I, Series B.
- [12] Kristen, Th. und Brandt, H., Fortschritte u. Forschungen im Bauwesen, Reihe D Heft 2. Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart 1952.
- [13] Morse, P. M., Vibration and sound, Kap. VIII, 34. McGraw-Hill Book Co., New York 1948.
- [14] HECKL, M. und SEIFERT, K., Acustica 8 [1958], 212.
- Gösele, K., Acustica 3 [1953], 243.
- WATTERS, B. G., J. acoust. Soc. Amer. 31 [1959], [16]
- RUPPRECHT, J., Körperschallfortleitung in Ziegel-[17]mauerwerk mit großformatigen Steinen. Unveröffentlichter Bericht des III. Phys. Institutes der Univ. Göttingen. Acustica 8 [1958], 19.
- [18] Beranek, L. L., The Institution of Mechanical En-gineers, 5, 58, 1 Birdcage Walk London.

# UNTERSUCHUNGEN AN ORTHOTROPEN PLATTEN

von M. Heckl \*

Mitteilung aus dem Institut für Technische Akustik der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg

#### Zusammenfassung

Ausgehend von den Huberschen Gleichungen für orthotrope Platten wird der Biegewelleneingangswiderstand, die mittlere Schnelle und die abgestrahlte Schalleistung bei Anregung mit einer Punktkraft untersucht. Außerdem wird die Schalldämmung unendlicher Platten berechnet. Die erhaltenen Formeln werden durch Messungen an gewellten und geschlitzten Platten geprüft.

#### Summary

Starting from the equations of Huber for orthotropic sheets, the flexural wave input impedance, the mean particle velocity and the radiated sound power are calculated for the case of excitation at one point. Furthermore the sound attenuation of infinitely extended sheets is calculated. The expressions derived are checked by measurements with corrugated and slotted sheets.

#### Sommaire

En se servant des équations de Huber relatives aux plaques orthotropes, on a étudié la résistance à l'entrée des ondes de flexion, leur vitesse moyenne et la puissance sonore rayonnée, l'excitation étant produite par une force ponctuelle. De plus, on a calculé l'atténuation du bruit produite par des plaques infiniment étendues. Les formules obtenues ont été confirmées par des mesures faites sur des plaques ondulées et fendues.

### 1. Allgemeines

Unter orthotropen Platten versteht man bekanntlich Platten, deren Biegesteifigkeit in verschiedenen Richtungen verschieden ist. Dies kann entweder (bei ebenen Platten) durch eine Anisotropie des Plattenmaterials oder durch die Art der Formgebung verursacht sein. Typische Vertreter von orthotropen Platten sind gewellte und geschlitzte Platten sowie Platten, die mit Rippen versehen sind. Voraussetzung dabei ist, daß die Rippen oder dergleichen nur in einer Richtung laufen.

Die Biegeschwingungen derartiger Körper kann man nach Huber [1] durch eine der Kirchhoffschen Plattengleichung entsprechende Beziehung ausdrükken. Dabei ist allerdings zu beachten, daß neben den Bedingungen, die für die Kirchhoffsche Theorie gelten, auch noch gefordert werden muß, daß der Abstand der Rippen, Schlitze und dergleichen kleiner ist als die kürzeste auftretende Biegewellenlänge. Die in dieser Arbeit abgeleiteten Beziehungen gelten also sicher nicht mehr, wenn die Biegewellenlänge kleiner ist als der Abstand der Inhomogenitäten der Platte.

Bezeichnet man die Biegesteife in Richtung der größten bzw. kleinsten Steife mit  $B_x$  bzw.  $B_y$  und die Masse der Platte pro Flächeneinheit mit m, dann läßt sich die Schnelle v(x,y) einer mit dem Druck p(x,y) angeregten Platte bei der Kreisfrequenz  $\omega$ 

nach HUBER [1] durch

$$B_x \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2 B_{xy} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} - \omega^2 m v = i \omega p$$
 (1)

darstellen. Die hier auftretende Größe  $B_{xy}$  hängt von der Art der Platten ab. Beispielsweise ist im Spezialfall der homogenen Platte  $B_x = B_{xy} = B_y$ , während bei Wellplatten mit einer Dicke h, einem Elastizitätsmodul E und einer Poisson-Zahl  $\mu$ 

$$B_{xy} = \frac{s}{c} \frac{E h^3}{12(1+\mu)} \tag{2}$$

ist. Hierbei ist s die Bogenlänge und c der Abstand von Wellenberg zu Wellenberg (siehe Bild 1). Die anderen Größen sind in diesem Fall durch

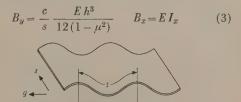


Bild 1. Skizze einer Wellplatte.

gegeben, wobei  $I_x$  das Flächenträgheitsmoment in x-Richtung ist. Welche Werte  $B_{xy}$  bei geschlitzten Platten annimmt, kann man aus der Arbeit von Huber entnehmen. Außerdem kann man nach Verfahren, die von Hoppmann [2] angegeben wurden,  $B_{xy}$  messen.

<sup>\*</sup> Zur Zeit bei Bolt, Beranek and Newman Inc., Cambridge, Mass., USA.

## 2. Eingangswiderstand unendlich großer Platten bei punktförmiger Anregung

#### 2.1. Theorie

Aus Gl. (1) läßt sich die Schnelle der Platte bei Anregung mit einer Punktkraft  $F_0$  mit Hilfe einer doppelten Fourier-Transformation gewinnen. Die Schnelle sei also durch

$$v(x,y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{v}(k_x, k_y) e^{\mathrm{i}k_x x} e^{\mathrm{i}k_y y} dk_x dk_y \qquad (4)$$

und der anregende Druck durch

$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi} \iint \widetilde{p}(k_x, k_y) e^{\mathrm{i}k_x x} e^{\mathrm{i}k_y y} dk_x dk_y$$
 (5)

dargestellt. Berücksichtigt man, daß eine Platte stets eine — wenn auch noch so geringe — innere Dämpfung hat, dann kann man in Gl. (4) und (5) unter dem Integralzeichen nach x und y differenzieren, weil der Druck und die Schnelle im Unendlichen samt ihren Ableitungen verschwinden.

Man erhält so durch Einsetzen von Gl. (4) und Gl. (5) in Gl. (1)

$$\tilde{v}(k_x, k_y) [B_x k_x^4 + 2 B_{xy} k_x^2 k_y^2 + B_y k_y^4 - \omega^2 m] =$$

$$= i \omega \tilde{p}(k_x, k_y).$$
(6)

Die hier auftretende Fourier-Transformierte des anregenden Drucks erhält man aus der Umkehrung von Gl. (5), indem man die an der Stelle x=0, y=0 angreifende Kraft durch die  $\delta$ -Funktion, also durch

$$p(x,y) = F_0 \,\delta(x,y) \tag{7}$$

ausdrückt. Es ergibt sich so

$$\tilde{p}(k_x, k_y) = \frac{F_0}{2\pi} \tag{8}$$

Durch Einsetzen von Gl. (8) und (6) in (4) erhält man die Schnelle, die an der Stelle  $x\!=\!0$  ,  $y\!=\!0$  die Form

$$v_{0} = \frac{\mathrm{i} \,\omega \,F_{0}}{4 \,\pi^{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}k_{x} \,\mathrm{d}k_{y}}{B_{x} \,k_{x}^{4} + 2 \,B_{xy} \,k_{x}^{2} \,k_{y}^{2} + B_{y} \,k_{y}^{4} - \omega^{2} \,m} \tag{9}$$

annimmt. Mit Hilfe der Substitutionen

$$k_x = k_r \cos \varphi$$
,  $k_y = k_r \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}} \sin \varphi$ ,

die die radiale Biegewellenzahl  $k_{\tau}$  enthalten, ergibt die Integration von Gl. (9)

$$v_0 = \frac{F_0}{4\pi} \frac{1}{\sqrt[4]{m^2 B_x B_y}} K\left(\sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{B_{xy}}{\sqrt{B_x B_y}}\right)}\right). \quad (10)$$

Damit wird der interessierende Eingangswiderstand

$$Z_{0} = \frac{F_{0}}{v_{0}} = 4 \pi \sqrt[4]{m^{2} B_{x} B_{y}} / K \left[ \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{B_{xy}}{\sqrt{B_{x} B_{y}}} \right)} \right]. \tag{11}$$

Hierbei bedeutet die Funktion K das vollständige elliptische Integral erster Gattung.

Da für die Extremwerte von  $B_{xy}$ , nämlich  $B_{xy} = \sqrt{B_x B_y}$  und  $B_{xy} = 0$ , die Funktion K die Werte  $\pi/2$  bzw. 1,85 annimmt, macht man sicher keinen großen Fehler, wenn man in Gl. (11)  $B_{xy} = \sqrt{B_x B_y}$  einsetzt. Es ergibt sich so

$$Z_0 = 8 \sqrt[4]{m^2 B_x B_y}. \tag{12}$$

Wie man sieht, unterscheidet sich Gl. (12) vom Biegewelleneingangswiderstand für homogene Platten (siehe H. und L. Cremer [3]) nur dadurch, daß die Biegesteife der homogenen Platte durch das geometrische Mittel der Biegesteifen der orthotropen Platte ersetzt wird.

Die Näherung  $B_{xy} = VB_x B_y$  wird bei der Behandlung orthotroper Platten des öfteren benutzt, weil sie gestattet, durch eine affine Transformation der Form

$$\xi = x$$
,  $\eta = \sqrt[4]{\frac{B_x}{B_y}}y$  (13)

Gl. (1) in die normale Plattengleichung überzuführen. Man kann mit dieser Transformation ohne Schwierigkeit die Ortsabhängigkeit aller Feldgrößen bestimmen. Beispielsweise ergibt sich mit dieser Methode sofort, daß bei Anregung einer unendlich großen Platte mit einer Punktkraft die Kurven gleicher Schnelle Ellipsen sind.

#### 2.2. Messungen

Zur Messung des Eingangswiderstandes wurden die Untersuchungsobjekte zur Verringerung des Einflusses von Eigenresonanzen an den Rändern mit Sand gedämpft (siehe Bild 2) und mit einem Körperschallsender angeregt. Der Körperschallsender be-

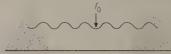


Bild 2. Anordnung zur Messung der Punktimpedanz.

stand aus einem Magneten und einer an der Platte befestigten Schwingspule, die mit dem Magneten keine Verbindung hatte. Die Kraft  $F_0$  läßt sich bei einer derartigen Anordnung aus der Masse und der Beschleunigung des Magneten bestimmen (siehe Heckl [4]). Die Schnelle der Platte wurde mit Hilfe eines Beschleunigungsabtasters gemessen. Die so erhaltenen Absolutwerte des Biegewellenwiderstandes, die an einer Wellplatte aus Asbestzement und an

einer Schlitzplatte aus gepreßten Holzfasern (Novopan) bestimmt wurden, sind in den Bildern 3 und 4 aufgetragen. Die bei den Bildern angegebenen Elastizitätsmoduln wurden an Streifen aus demselben Material gemessen.

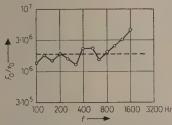


Bild 3. Biegewelleneingangswiderstand einer Wellplatte aus Asbestzement. Materialdaten: m=1,2 g/cm², h=0,65 cm,  $E=2\cdot10^{11}$  dyn/cm²,  $I_x=4,1$  cm³,  $\eta=8\cdot10^{-3}$ .

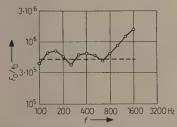


Bild 4. Biegewelleneingangswiderstand einer Holzfaserplatte mit Schlitzen. Materialdaten:  $m=0.7\,\mathrm{g/cm^2},$   $h=1\,\mathrm{cm},$  Schlitzabstand 5 cm, Schlitzbreite 3 mm, Schlitztiefe 3 mm,  $E=6\cdot10^{10}\,\mathrm{dyn/cm^2},$   $\eta=1.4\cdot10^{-2}.$ 

Wie man aus den beiden Kurven sieht, wird der Eingangswiderstand durch Gl. (11) ziemlich gut wiedergegeben; es macht sich allerdings bei der Platte aus Asbestzement bemerkbar, daß bei Frequenzen über 1000 Hz die Biegewellenlänge kleiner als 20 cm, also durchaus vergleichbar mit der Wellung der Platte ist (Wellenlänge 13 cm). Bei der Platte aus gepreßten Holzfasern steigt der gemessene Eingangswiderstand oberhalb von 1000 Hz an, weil dem Widerstand der Platte noch der Massenwiderstand der ca. 100 g schweren Schwingspule vorgeschaltet ist.

Bei der Auswertung zeigte sich, daß der Unterschied zwischen Gl. (11) und (12) kleiner ist als die Genauigkeit, mit der derartige Messungen durchgeführt werden können. Es empfiehlt sich daher, in der Praxis mit der einfacheren Gl. (12) zu rechnen.

#### 3. Mittlere Schnelle von Platten endlicher Fläche

#### 3.1. Theorie

Bei Platten aus einem Material mit dem komplexen Elastizitätsmodul  $\underline{E}$  und dem Verlustfaktor  $\eta$ , wobei

$$E = E(1 + i \eta) \tag{14}$$

ist, kann man genauso wie bei homogenen Platten (siehe Cremer und Heckl [5]) die mittlere quadratische Schnelle  $v^{\bar{2}}$  mit Hilfe einer Energiebilanz erhalten. Es gilt also bei Anregung einer Platte der Fläche S die Beziehung

$$\overline{v^2} = \frac{F_0^2}{Z_0 S \omega m \eta} = \frac{v_0^2 Z_0}{S \omega m \eta}.$$
 (15)

Die Formel (15) gilt nicht mehr, wenn an den Plattenrändern Biegewellenenergie abgeleitet wird oder wenn — genauso wie die Biegesteife — auch der Verlustfaktor von der Richtung abhängt. Das Letztgenannte ist der Fall, wenn z. B. eine schwach gedämpfte orthotrope Platte mit einem gleichmäßigen Belag aus einem dämpfenden Material versehen wird. In derartigen Fällen empfiehlt es sich, für eine erste Näherung das arithmetische Mittel aus dem größten und kleinsten Verlustfaktor in Gl. (15) einzusetzen.

Man kann die mittlere Schnelle der Platte auch dadurch ausrechnen, daß man die Schnelle als Summe von orthogonalen Eigenfunktionen darstellt und den Mittelwert über die Plattenfläche und das anregende Frequenzband  $\Delta\omega$  bildet. Eine Rechnung, die der bei homogenen Platten (siehe [6]) entspricht, zeigt, daß — wie zu erwarten — alle Eigenfrequenzen, die im Bereich  $\Delta\omega$  liegen, gleiche Beiträge zur mittleren Schnelle liefern und daß  $\overline{v^2}$  durch

$$\overline{v^2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{F_0^2}{m^2 S^2 \omega \eta} \frac{\Delta N}{\Delta \omega}$$
 (16)

gegeben ist (siehe auch Skudrzyk [11]). In dieser Gleichung ist  $\Delta N$  die Anzahl der Eigenfrequenzen im anregenden Frequenzbereich. Da Gl. (16) unabhängig von der Form der Platten gilt und bei hohen Frequenzen in Gl. (15) übergehen muß, folgt, daß die Anzahl der Eigenfrequenzen einer großen Platte bei hohen Frequenzen durch die von der Plattenform unabhängige Beziehung

$$\frac{\Delta N}{\Delta \omega} = \frac{2}{\pi} \frac{S m}{Z_0} \approx \frac{S}{4 \pi} \sqrt[4]{\frac{m^2}{B_x B_y}}$$
 (17)

bzw.

$$N = \frac{2}{\pi} \frac{\omega S m}{Z_0} \approx \frac{\omega S}{4 \pi} \sqrt[4]{\frac{m^2}{B_x B_y}}$$
 (18)

gegeben ist.

Diese beiden Gleichungen, die besagen, daß die Anzahl der Eigenfrequenzen proportional mit der Frequenz wächst, lassen sich für den Spezialfall einer allseitig unterstützten Platte auch durch Abzählen der Eigenfrequenzen herleiten.

#### 3.2. Messungen

Die Messung der mittleren Schnelle erfolgte ähnlich wie die in Abschnitt 2.2 beschriebene Messung des Biegewelleneingangswiderstandes. Der Unter-

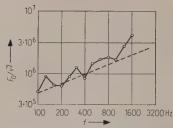


Bild 5. Mittlere quadratische Schnelle einer 2,5 m² großen Platte aus gewelltem Asbestzement. Materialdaten siehe Bild 3.

darstellen. Dabei bedeutet  $\tilde{e}_0 c_0$  den Wellenwiderstand und  $k_0 = \omega/c_0$  die Wellenzahl im umgebenden Medium (d. h. im allgemeinen Luft).

Setzt man in diese Gleichung den Ausdruck (6) ein, dann erhält man die abgestrahlte Leistung für beliebige Arten von Anregungen. Interessiert man sich für den Spezialfall der punktförmigen Anregung, dann ist Gl. (8) in (6) einzusetzen. Es ergibt sich also — wenn man die Transformation  $k_x = k_r \cos \varphi$ ,  $k_y = k_r \sin \varphi$  einführt — für die abgestrahlte Leistung

$$P = \frac{\varrho_0 c_0 F_0^2 \omega^2}{8 \pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{k_r} \frac{k_0}{V k_0^2 - k_r^2} \frac{k_0}{|k_r^4 (B_x \cos^4 \varphi + 2 B_{xy} \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + B_y \sin^4 \varphi) - \omega^2 m|^2}.$$
 (20)

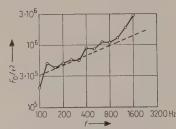


Bild 6. Mittlere quadratische Schnelle einer 2 m² großen Platte aus gepreßten Holzfasern. Materialdaten siehe Bild 4.

schied bestand nur darin, daß die Platten — zur Vermeidung der Energieableitung an den Rändern — frei aufgehängt waren und daß statt der Schnelle am Anregeort die mittlere Schnelle bestimmt wurde.

Die so erhaltenen Ergebnisse sind in den Bildern 5 und 6 aufgetragen. Die angegebenen Verlustfaktoren wurden an Streifen aus demselben Material gemessen.

Wie man sieht, ergibt die aus statistischen Betrachtungen erhaltene Gl. (15) bereits eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den Meßergebnissen, obwohl bei den untersuchten Platten die Anzahl der angeregten Eigenfrequenzen gering war. (Im Terzbereich von 100 bis 125 Hz wurden 2 bis 3, im Bereich von 1000 bis 1250 Hz 20 bis 30 Eigenfrequenzen angeregt.)

#### 4. Schallabstrahlung von orthotropen Platten

#### 4.1. Theorie

Die von unendlich großen Platten abgestrahlte Schalleistung P läßt sich genauso wie bei homogenen Platten (siehe [6]) mit Hilfe der Fourier-Transformierten der Schnelle  $v(k_x, k_y)$  durch die Gleichung

$$P = \frac{\varrho_0 c_0}{2} \operatorname{Re} \left\{ \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}} |\tilde{v}(k_x, k_y)|^2 dk_x dk_y \right\}$$
(19)

Es wurden hier wieder die komplexen Werte von  $B_x$ ,  $B_{xy}$ ,  $B_y$  eingesetzt, die sich bei Vorhandensein eines Verlustfaktors (siehe Gl. (14)) ergeben, weil für die abgestrahlte Leistung häufig die mittlere Schnelle und damit die Dämpfung entscheidend ist.

Gl. (20) läßt sich leider nicht geschlossen auswerten; es müssen daher für gewisse Bereiche Näherungsformeln angegeben werden.

#### 4.1.1. Verhalten für $k_0^4 < \omega^2 m/B_x$ $(f < f_{g1})$

Da nur die Werte  $k_r < k_0$  interessieren, läßt sich für diesen Fall der Absolutbetrag im Nenner der Gl. (20) durch  $\omega^2 m$  annähern. Man erhält so

$$P \approx \frac{\varrho_0 \, c_0}{4 \, \pi} \, \frac{k_0^2}{\omega^2 \, m^2} \, F_0^2 \approx \frac{16 \, \varrho_0 \, c_0}{\pi \, c_0^2 \, m} \, \sqrt{B_x B_y} \, v_0^2 \,, \quad (21)$$

also eine von der Frequenz unabhängige Leistung.

Da  $\sqrt[4]{\omega^2 m/B_x} = k_1$  nach Gl. (1) der Wellenzahl einer ebenen Biegewelle, die in x-Richtung läuft, entspricht, bedeutet die Ungleichung  $\omega^2 m/B_x > k_0^4$ , daß die größte Biegewellenlänge auf der Platte kleiner sein soll als die Wellenlänge im umgebenden Medium. Aus diesem Grunde ist die Abstrahlung, genauso wie bei den ebenen Platten, nur durch das Nahfeld in der Nähe der Anregestelle bestimmt. In einiger Entfernung von der Anregestelle findet keine Abstrahlung mehr statt; es erfolgt hier nur eine Verschiebung der Luft von Wellenberg zu Wellental (hydrodynamischer Kurzschluß).

# 4.1.2. Verhalten für $\omega^2 m/B_x < k_0^4 < \omega^2 m/B_y$ , $(f_{\rm g1} < f < f_{\rm g2})$

Da  $k_0$  proportional mit der Frequenz wächst, ist die Beziehung  $\omega^2 \, m/B_x \! > \! k_0^4$  nur bis zu einer sogenannten Grenzfrequenz

$$f_{\rm g1} = \frac{c_0^2}{2\,\pi} \, \Bigg| \Bigg/ \frac{m}{B_x} \tag{22}$$

gültig. Oberhalb dieser Frequenz sind auf der Platte

ebene Wellen (vorzugsweise solche, die in X-Richtung laufen) möglich, deren Wellenlänge größer ist als die Luftwellenlänge, die also gut abgestrahlt werden. Allerdings sind im Gegensatz zur homogenen Platte oberhalb der durch (22) gegebenen Frequenz auch ebene Wellen möglich (vorzugsweise solche in Y-Richtung), deren Wellenlänge kleiner ist als die Luftwellenlänge, die also schlecht abgestrahlt werden. Erst wenn  $k_0^4 > \omega^2 \, m/B_y = k_2^4$  ist, d. h. oberhalb einer zweiten Grenzfrequenz

$$f_{\rm g2} = \frac{c_0^2}{2\,\pi} \sqrt{\frac{m}{B_y}},\tag{23}$$

haben alle Biegewellen eine Wellenlänge, die größer ist als die Luftwellenlänge.

Für das hier interessierende Zwischengebiet, in dem  $f_{g1} < f < f_{g2}$  ist, erhält man mit einigen Näherungen aus Gl. (20):

$$P \approx \frac{\varrho_0 \, c_0}{16 \, \pi^2} \frac{F_0^2}{B_x \, m \, \eta \, k_1^2} \left( \ln \, \frac{4 \, k_0^2}{k_1^2} \right)^2. \tag{24}$$

Setzt man in diese Gleichung die Formel für die mittlere Schnelle ein (siehe Gl. (15)), dann ergibt sich

$$P \approx \frac{\varrho_0 c_0}{2} S \overline{v^2} \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{f_{g1}}{f_{g2}}} \left( \ln \frac{4 f}{f_{g1}} \right)^2.$$
 (25)

Das bedeutet, daß der sogenannte Abstrahlfaktor (siehe K. Gösele [7]), der durch  $\gamma=2\,P/\varrho_0\,c_0\,S\,\bar{v}^2$  definiert ist, etwas kleiner als eins ist.

# 4.1.3. Verhalten für $k_0^4 > \omega^2 m/B_y$ $(f > f_{g2})$

· In diesem Bereich haben alle auf der Platte möglichen Biegewellen eine Wellenlänge, die größer ist als die in Luft; es ergibt sich daher eine sehr starke Abstrahlung, die durch

$$P \approx \frac{\varrho_0 c_0}{2} \frac{F_0^2}{8 B_x m \eta k_1^2} \left[ \sqrt{\frac{B_x}{B_y}} \right]$$
 (26)

bzw.

$$P \approx \frac{\varrho_0 c_0}{2} \overline{v^2} S \tag{27}$$

gegeben ist. In diesem Fall ist also — abgesehen von der Stelle  $f = f_{g2}$  — der Abstrahlfaktor eins.

#### 4.2. Messungen

Zur Untersuchung wurde wieder die in den Abschnitten 2.2. und 3.2. beschriebene Wellplatte benutzt, die in eine Öffnung einer Trennwand zwischen zwei halligen Räumen eingebaut war. Da die untere Grenzfrequenz dieser Platte bei etwa 200 Hz lag, wurden nur Messungen im Bereich von 200 bis 3000 Hz vorgenommen, also in dem Bereich, der zwischen den beiden Grenzfrequenzen liegt.

In Bild 7 ist die gemessene abgestrahlte Leistung, bezogen auf die mittlere Schnelle der Platte, also der sogenannte Abstrahlfaktor [7], aufgetragen. Die entsprechende nach Gl. (25) erhaltene Kurve ist mit angegeben. Wie man sieht, sind die Abweichungen von Gl. (25) nicht besonders groß, obwohl die Theorie eine unendlich große Platte voraussetzt. Das ist sicher darauf zurückzuführen, daß langwellige

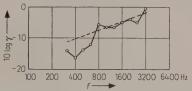


Bild 7. Abstrahlfaktor einer gewellten Platte. Materialdaten siehe Bild 3.

Biegewellen, die ja die Abstrahlung bestimmen, etwa gleich gut abgestrahlt werden, unabhängig davon wie groß die Platte ist.

Wie man aus Bild 7 sieht, ist der Abstrahlfaktor zwischen den beiden Grenzfrequenzen nicht sehr stark von dem oberhalb der Frequenz  $f_{\rm g2}$  gültigen Wert, nämlich  $\gamma=1$ , verschieden. Das bedeutet für die Praxis, daß man durch Einsägen von Rillen in eine Platte die Abstrahlung nicht sehr stark ändert, solange die Rillen in einer Richtung laufen, die tiefste Grenzfrequenz also erhalten bleibt. Da durch diese Maßnahme zudem der Biegewelleneingangswiderstand sehr verringert wird, ist es in manchen Fällen sogar möglich, daß die abgestrahlte Leistung etwas erhöht wird. Erst durch Einsägen von Rillen in zwei zueinander senkrechte Richtungen kann man eine Verbesserung erhalten.

#### 5. Schalldämmung von Einfachwänden

## 5.1. Theorie

Die Schalldämmung von orthotropen Platten unendlicher Fläche läßt sich ähnlich wie die von homogenen Platten (siehe L. Cremer [8]) behandeln; man muß nur beachten, daß wegen der Anisotropie die Biegewellenlänge von der Richtung abhängt. Das hat zur Folge, daß die oberhalb der Grenzfrequenz  $f_{\rm g1}$  möglichen Totaldurchgänge (Spuranpassungen) nicht nur bei einem Einfallswinkel — wie bei der homogenen Platte — sondern bei verschiedenen Winkeln möglich sind. Auf diese Tatsache haben schon Junger und Smith [10] hingewiesen.

Zur Berechnung der Schalldämmung geht man am einfachsten wieder von Gl. (1) aus. Nimmt man an, daß eine ebene Welle mit den Wellenzahlen  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ , wobei

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \tag{28}$$

ist, auf die Wand auftrifft, dann ist die sogenannte Trennimpedanz durch

$$Z_{z} = \frac{p_{1} - p_{2}}{z} = \tag{29}$$

$$= i \omega m \left( 1 - \frac{B_x}{\omega^2 m} k_x^4 - 2 \frac{B_{xy}}{\omega^2 m} k_x^2 k_y^2 - \frac{B_y}{\omega^2 m} k_y^4 \right)$$

gegeben. Hierbei ist  $p_1-p_2$  die anregende Druckdifferenz. Aus dieser Gleichung sieht man sofort, daß wegen  $k_x \leq k_0$  für  $k_0^4 < \omega^2 m/B_x$ , d. h. aber nach Gl. (22) für  $f < f_{\rm g1}$ , die Trennimpedanz durch

$$Z_{\tau} = i \omega m \tag{30}$$

angenähert werden kann. Der Bereich  $f < f_{g1}$  braucht also nicht näher untersucht zu werden, weil er auf das bekannte Massengesetz führt.

Zur Berechnung der Schalldämmung oberhalb der ersten Grenzfrequenz empfiehlt es sich — ähnlich wie in der Arbeit von L. Cremer [9] über die Schalldämmung von Zylindern — die Wellenzahlen  $k_x$  und  $k_y$  durch die Einfallsrichtungen darzustellen und über alle Winkel zu mitteln.

Wenn  $\vartheta$  der gegen die Flächennormale gemessene Winkel ist und  $\varphi$  der Winkel, den die einfallende Welle mit der X-Richtung bildet, dann wird

$$k_x = k_0 \sin \theta \cos \varphi ,$$
  

$$k_y = k_0 \sin \theta \sin \varphi .$$
 (31)

Damit ergibt sich aus Gl. (29) zusammen mit Gl. (22) und (23)

$$Z_{\tau} = i \omega m \left[ 1 - \left( \frac{f^2}{f_{g1}^2} \cos^4 \varphi + \frac{2 f^2}{f_{g2}^2} \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + \frac{f^2}{f_{g2}^2} \sin^4 \varphi \right) \sin^4 \vartheta \right].$$
 (32)

Hierbei ist

$$f_{\rm g12} = \frac{{c_0}^2}{2\,\pi} \sqrt{\frac{m}{B_{xy}}}$$

wofür man mit der Näherung  $B_{xy} = \sqrt{B_x B_y}$ 

$$f_{g12} = \sqrt{f_{g1} f_{g2}} \tag{33}$$

setzen kann.

Wie man mit Hilfe von Gl. (32) beweisen kann, bilden die Schallstrahlen, die zu Totaldurchgängen  $(Z_{\tau}=0)$  führen, nicht wie bei homogenen Platten einen Kegel mit dem Öffnungswinkel  $\vartheta$ ; es ergeben sich vielmehr kompliziertere Gebilde, deren Grundfläche nicht Kreise sondern oberhalb der Frequenz  $f_{\rm g2}$  ellipsenähnliche und zwischen  $f_{\rm g1}$  und  $f_{\rm g2}$  hyperbelähnliche Kurven sind.

Zur Berechnung der Schalldämmung empfiehlt es sich, den sogenannten mittleren Transmissionsgrad  $\bar{\tau}$  einzuführen, aus dem sich die Schalldämmaße R nach der Gleichung

$$R = 10 \log \frac{1}{\bar{\tau}} \tag{34}$$

errechnen.

Den mittleren Transmissionsgrad, der sich bei Mittelung der durchgelassenen Schallenergie über alle Einfallsrichtungen ergibt, erhält man nach L. Cremer [9] aus den Trennimpedanzen nach der Beziehung

$$\bar{\tau} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi/2} \int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}(\sin^2 \vartheta) \,\mathrm{d}\varphi}{\left|1 + \frac{Z_{\tau}}{2\,\varrho_0\,c_0} \cos\vartheta\right|^2}.$$
 (35)

Setzt man Gl. (32) in (35) ein, so ergibt sich näherungsweise für  $f_{g1} < f < f_{g2}$ 

$$\bar{\tau} \approx \frac{\varrho_0 c_0}{\pi \omega m} \frac{f_{\rm g1}}{f} \left( \ln \frac{4 f}{f_{\rm g1}} \right)^2$$
 (36)

und für 
$$f > f_{g2}$$

$$\overbrace{\tau \approx \frac{\pi \varrho_0 c_0}{\omega m}} \frac{\sqrt{f_{g1} f_{g2}}}{f}.$$
(37)

Bei der Berechnung dieser beiden Gleichungen wurden dieselben Vernachlässigungen gemacht, wie bei der Ableitung von Gl. (25) und (26), weil bei der Integration analoge Ausdrücke auftreten. Gl. (37) unterscheidet sich von der entsprechenden Formel für die homogene Platte nur dadurch, daß die Grenzfrequenz durch das geometrische Mittel aus der unteren und oberen Grenzfrequenz ersetzt wird

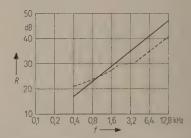


Bild 8. Schalldämmaße einer homogenen und einer orthotropen Platte gleichen Gewichts. Grenzfrequenz der homogenen Platte 200 Hz (ausgezogene Kurve), Grenzfrequenz der orthotropen Platte  $f_{\rm g1}\!=\!200$  Hz,  $f_{\rm g2}\!=\!3200$  Hz (gestrichelte bzw. punktierte Kurve).

In Bild 8 ist die ohne Berücksichtigung der Materialdämpfung berechnete Schalldämmung einer homogenen Einfachwand mit einer Grenzfrequenz von 200 Hz eingezeichnet. Außerdem sind in diesem Bild die Schalldämmaße einer orthotropen Platte mit demselben Gewicht und den Grenzfrequenzen  $f_{\rm g1}=200$  Hz,  $f_{\rm g2}=3200$  Hz eingetragen. Die orthotrope Platte kann also z. B. durch Schlitzung der homogenen Platte mit der Grenzfrequenz von 200 Hz erhalten werden. Wie man sieht, hat die orthotrope Platte neben ihren ungünstigen statischen Eigenschaften auch noch eine geringere Schalldämmung.

Wenn auch die Gleichungen, die zur Berechnung der in Bild 8 eingetragenen Kurven dienten, nicht genau mit den Meßergebnissen übereinstimmen, weil die Voraussetzung der unendlich großen Wandfläche nie erfüllt ist, ist doch zu erwarten, daß die Unterschiede der Kurven ähnlich sind, wie in der Praxis.

#### 5. 2. Messungen

Untersucht wurde wieder die bereits beschriebene Wellplatte aus Asbestzement mit einer Fläche von 2,5 m². Die Schalldämmung wurde nach dem in DIN 52 210 genormten Meßverfahren gemessen. Die Meßergebnisse und die nach Gl. (36) errechneten Werte sind in Bild 9 eingezeichnet.

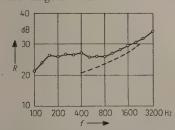


Bild 9. Schalldämmaße einer gewellten Platte aus Asbestzement. Materialdaten siehe Bild 3;  $f_{\rm g1}\!=\!200~{\rm Hz}.$ 

Weitere Schalldämmessungen wurden an Wellblechplatten von 0,5 mm Stärke vorgenommen. In diesem Fall wurde zwischen zwei Modellhallräumen von je 1 m³ gemessen. Die Meßfrequenzen wurden entsprechend transformiert \*.

Bild 10 zeigt die gemessenen und die nach Gl. (36) berechneten Werte für eine Platte mit einer unteren Grenzfrequenz von  $f_{g1} = 400 \text{ Hz}$ .

Wie man sieht, gibt die Gl. (36) die Meßergebnisse wenigstens ungefähr richtig wieder. Eine genauere Übereinstimmung ist nicht zu erwarten, weil

\* Die Meßanordnung wurde im Rahmen einer Diplomarbeit von Herrn C. Nourney aufgebaut, der auch die Messungen durchführte.

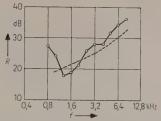


Bild 10. Schalldämmaße einer Wellblechplatte. Blechstärke 0,5 mm. Das Wellenprofil bestand aus Halbkreisen mit einem Radius von 1,6 cm;  $f_{\rm g1} = 400~{\rm Hz}.$ 

die bei endlichen Platten stets vorhandenen Randeinflüsse in der Theorie nicht berücksichtigt werden.

Herrn Prof. Cremer bin ich für die Stellung der Aufgabe und für zahlreiche wertvolle Ratschläge zu größtem Dank verpflichtet.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft möchte ich an dieser Stelle danken, daß sie durch Gewährung von finanziellen Mitteln die Durchführung der Arbeit ermöglichte. (Eingegangen am 14. September 1959.)

#### Schrifttum

- [1] Huber, M. T., Z. Öst. Ing. Arch. Ver. 30 [1914], 557.
- [2] HOPPMANN, W. H., Proc. Soc. Exptl. Stress Anal. 14 [1956], 137.
- [3] CREMER, H. und L., Frequenz 2 [1948], 61.
- [4] CREMER, L. und HECKL, M., Acustica 9 [1959], Beiheft 1, 200.
- [5] Heckl, M., Acustica 5 [1955], 112.
- [6] Heckl, M., Schallabstrahlung von punktförmig angeregten Platten. Acustica 10 [1960], im Druck.
- [7] Gösele, K., Acustica 3 [1953], 243.
- [8] CREMER, L., Akust. Z. 7 [1942], 81.
- [9] CREMER, L., Acustica 5 [1955], 245.
- [10] JUNGER, M. C. und SMITH, P. W., J. acoust. Soc. Amer. 28 [1956], 794.
- [11] SKUDRZYK, E., J. acoust. Soc. Amer. 30 [1958], 1140.

# DAS ABSINKEN DER MITHORSCHWELLE NACH DEM ABSCHALTEN VON WEISSEM RAUSCHEN

von H. J. STEIN

Mitteilung aus dem Institut für Elektrische Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart

#### Zusammenfassung

Es wird ein Meßverfahren beschrieben, das geeignet ist, Aufschluß zu geben über das Verhalten des Gehörs nach dem Abschalten eines Schallereignisses. Die Ergebnisse der mit breitbandigem Rauschen durchgeführten Versuche werden mitgeteilt und diskutiert.

#### Summary

A suitable technique is described for measuring the behaviour of the ear after the cessation of a sound impulse. Results of experiments with broad-band noise are given and discussed.

#### Sommaire

On décrit un dispositif de mesures destiné à donner des indications sur le comportement de l'audition après la cessation d'une excitation sonore. Les résultats des recherches entreprises avec les bruits de larges bandes sont rapportés et discutés.

#### 1. Einleitung

Das Verhalten des Gehörs bei Dauertönen und Dauerrauschen, das heißt im eingeschwungenen Zustand, ist weitgehend erforscht und läßt sich mit einfachen Gesetzmäßigkeiten beschreiben [1]. Dagegen fehlt es bei Schallereignissen mit zeitlich veränderlicher Intensität, bei denen man sich also für den zeitlichen Verlauf der Empfindung interessiert, noch an einer einheitlichen, befriedigenden Erklärung. Meist wird versucht, die Ausgleichsvorgänge durch Exponentialfunktionen anzunähern und entsprechend das zeitliche Verhalten des Ohres mit Zeitkonstanten zu beschreiben. Die aus verschiedenartigen Versuchen abgeleiteten Zeitkonstanten ergeben jedoch keinen einheitlichen Wert, sondern liegen etwa zwischen

10 ms und 500 ms [2]. Als Beitrag zum Studium des Zeitverhaltens des Gehörs wird im folgenden über Versuche berichtet, die über den Abfall der Empfindung nach dem Abschalten eines Schallereignisses Aufschluß geben können.

Man geht dabei so vor, daß man zunächst ein Schallereignis (Hauptschall) eine bestimmte Zeit darbietet. Nach einer gewissen Pause läßt man dann einen Testschall ertönen, dessen Intensität von den Versuchspersonen

so eingestellt werden kann, daß er gerade wahrnehmbar wird. Als Testschall sind Tonimpulse wegen ihrer Länge wenig geeignet, wesentlich günstiger sind kurze Druckimpulse. Diese haben bekanntlich eine sehr breite Erregung zur Folge [3] und können deshalb auch nur durch ein breitbandiges Schallereignis verdeckt werden. Bei unseren Versuchen nahmen wir als Testschall Druckimpulse in Form einer Gaußschen Fehlerkurve mit einer effektiven Dauer von 30 µs und als Hauptschall, dessen Erregungsabfall untersucht wurde, weißes Rauschen WR.

## 2. Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung ist in Bild 1 dargestellt. Ein Taktgeber (astabiler Multivibrator) AM stößt alle zwei Sekunden einen monostabilen Multivibrator MM 1 an, der einen 500 ms langen Rechteckimpuls abgibt. Dieser Impuls gelangt über Kathodenverstärker und ein "Gaußfilter" GF 1, das die Impulsflanken ganz leicht abrundet, zum Modulator M. Hier

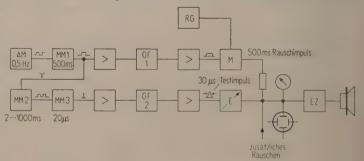


Bild 1. Versuchsanordnung.

wird das vom Rauschgenerator RG kommende weiße Rauschen WR getastet. Am Ausgang des Modulators erscheinen also periodisch ein 500 ms langer Rauschimpuls und eine 1500 ms lange Pause. Mit der Rückflanke des Impulses aus der Kippschaltung MM 1

werden nun zwei weitere monostabile Multivibratoren angestoßen, wovon MM 2 eine einstellbare Verzögerung von 2 bis 1000 ms bewirkt und MM 3 einen kurzen Rechteckimpuls von etwa 20 µs abgibt. Dieser bekommt im Tiefpaß GF 2 die Gestalt einer Glockenkurve (Gaußimpuls) und wird über Kathodenverstärker und die Eichleitung E des Békésy-Audiometers [4] mit den Rauschimpulsen zusammengeführt. Durch Verändern der Impulslänge der Verzögerungsstufe MM 2 kann der kurze Testimpuls in der Pause nach dem langen Rauschimpuls verschoben werden. Die Rausch- und Testimpulse gelangen dann gemeinsam über einen Entzerrer EZ auf den dynamischen Kopfhörer [5].

Der Rauschimpuls ist mit 500 ms lang genug, damit das Gehör auf diesen Schall voll eingeschwungen ist. Ebenso ist die Länge der Pause mit 1500 ms ausreichend, so daß die Erregung vom vorhergegangenen Rauschimpuls schon vollständig abgeklungen ist, wenn der nächste Impuls beginnt. Die Messungen selbst gehen nun so vor sich, daß bei konstantem Rauschpegel LWR der Testimpuls schrittweise in der Pause verschoben wird, und der Beobachter den Spitzenschalldruckpegel  $L_n$  des Testimpulses mit Hilfe der Eichleitung E des Audiometers abwechselnd so verändert, daß er den kurzen Knack einmal deutlich hört und dann wieder nicht. Man mißt so den Abfall der Mithörschwelle für kurze Druckimpulse als Funktion des zeitlichen Abstandes zum vorausgegangenen Rauschimpuls. Aus diesen Messungen wird in der nachher diskutierten Weise auf den Abfall der Erregung geschlossen.

# 3. Messungen in Abhängigkeit vom Rauschpegel $L_{ m WR}$

Die Meßpunkte liegen bei 2, 3, 5, 10, 20 ... 500 ms nach dem Abschalten, bedingt durch die Eigenart des verwendeten Impulsgerätes. Es ist daher sinnvoll, für die Zeitachse einen logarithmischen Maßstab zu wählen, da sich sonst die Meßwerte für kurze Zeiten stark drängen würden. Auf der Ordinate ist der Spitzenschalldruckpegel  $L_{\widehat{p}}$  des gerade noch wahrnehmbaren Testimpulses aufgetragen. Das Ergebnis der soeben geschilderten Versuche zeigen die Kurven in Bild 2. Parameter ist der Pegel LWR des weißen Rauschens, aus dem die 500 ms langen Rauschimpulse ausgeschnitten sind. Bei den beiden oberen Kurven  $(L_{\rm WR} = 80 \text{ dB} \text{ und } L_{\rm WR} = 60 \text{ dB})$ , die mit 12 Beobachtern gemessen wurden, ist auch der Streubereich angegeben, in dem die mittlere Hälfte der Meßpunkte liegt. Die wahrscheinliche Schwankung der einzelnen Meßpunkte beträgt im Mittel etwa ±2 dB; bei langen Zeiten läßt sie sich mit den unterschiedlichen Hörschwellen der verschiedenen Versuchspersonen erklären. Der Abklingvorgang verläuft zwischen der

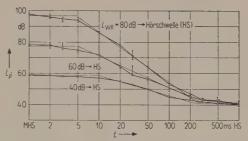


Bild 2. Absinken der Mithörschwelle von Gaußimpulsen auf die natürliche Hörschwelle in Abhängigkeit von der Zeit nach dem Abschalten von Weißem Rauschen.

Mithörschwelle MHS für die durch Dauerrauschen verdeckten Testimpulse und der natürlichen Hörschwelle HS für diese Impulse. Diese Grenzweite wurde daher bei jeder Messung ebenfalls bestimmt und in die Kurven eingetragen.

Untersuchungen über die Frequenzabhängigkeit des Abklingvorganges, die so durchgeführt werden, daß ein Teil des Cortischen Organs dauernd durch ein kräftiges Hochpaßrauschen verdeckt wurde, ergaben denselben charakteristischen Kurvenverlauf, wie er schon im Bild 2 dargestellt ist.

#### 4. Messungen mit künstlicher Hörschwelle

Wie ändert sich nun das Ausschaltverhalten, wenn die natürliche Hörschwelle künstlich durch ein Dauerrauschen erhöht wird? Die Versuchsanordnung ist dieselbe wie in Bild 1, nur wird vor dem Entzerrer EZ noch eine einstellbare Rauschspannung aus einem zweiten Rauschgenerator eingespeist. Bild 3 zeigt die Versuchsergebnisse bei der Untersuchung des Abklingens von 80 dB Rauschimpulsen auf 60 dB bzw. 40 dB Dauerrauschen und von 60 dB Rauschimpulsen auf 40 dB Dauerrauschen. Bei diesen Versuchen,

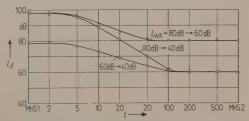


Bild 3. Absinken der Mithörschwelle nach dem Abschalten von Weißem Rauschen auf eine durch ein Dauerrauschen künstlich erhöhte Hörschwelle.

die mit vier Beobachtern durchgeführt wurden, ist bemerkenswert, daß die wahrscheinliche Schwankung der Meßpunkte nur etwa  $\pm 1$  dB beträgt. Auch weitere Versuche mit künstlichen Hörschwellen aus gefültertem Rauschen ergaben immer wieder den gleichen charakteristischen Kurvenverlauf wie im Bild 2.

#### 5. Diskussion der Messungen

Zunächst muß man sich davon eine Vorstellung schaffen, was physiologisch geschieht, wenn man ein Schallereignis plötzlich abschaltet, und was bei den Versuchen gemessen wurde. Offenbar klingt die Auslenkung der Basilarmembran verhältnismäßig schnell ab, da die Dämpfung dieser Bewegung ziemlich stark ist [6]. Die Nervenzellen dagegen senden ihre Impulse möglicherweise noch weiterhin aus, wobei die Impulsfolgefrequenz nur langsam abnimmt. Nun taucht die Frage auf: Unter welchen Bedingungen werden die Testimpulse gerade wahrnehmbar? Hierzu macht man sich die Erkenntnisse über die Wahrnehmbarkeit von Druckimpulsen neben einem stationären verdeckenden Schallereignis zunutze. Oetin-GER hat diese Frage untersucht und für den Druckimpuls eine sogenannte äquivalente Dauererregung eingeführt [3]. Wird nun in irgendeiner Kopplungsbreite der schon vorhandene Erregungspegel durch die äquivalente Dauererregung des Druckimpulses um 1 dB erhöht, so ist dies die Wahrnehmbarkeitsgrenze. Man möchte gern diese Anschauung auch dann beibehalten, wenn gar keine stationäre Dauererregung vorhanden ist. Dies ist möglich, wenn man eine Erregung definiert, die auch nach dem Abschalten eines Schallereignisses noch existiert und so langsam abklingt, daß sie für die vermutlich ziemlich kurze Zeit, die für die Wahrnehmung der verwendeten 30-us-Druckimpulse wesentlich ist, als konstant angenommen werden kann. Auch hieraus ergibt sich, daß der Testschall möglichst kurz sein soll.

Wenn die eben geschilderte Erweiterung zulässig ist, kann man folgende Aussage machen: Wird bei abklingender Erregung ein Druckimpuls bekannter Dauer gerade wahrnehmbar, so liegt der Pegel der Erregung in mindestens einer Frequenzgruppe in dem für die Wahrnehmung des Knackes wesentlichen Zeitpunkt mindestens 6 dB über dessen äquivalenter Dauererregung [3]. Anders ausgedrückt kann man also von dem Pegel des Druckimpulses auf den momentanen Pegel der Erregung schließen, und zwar auf Grund der Messungen im stationären Zustand.

Sehr wichtig ist auch die Frage: Zu welchem Zeitpunkt wird der Testimpuls hörbar? Die einfachste Annahme wäre, daß der Druckimpuls nur um eine von Pegel und Frequenz unabhängige Laufzeit verzögert wahrnehmbar wird. Dieselbe Laufzeit wäre auch für die Wahrnehmung des Rauschimpulsendes maßgebend und hätte somit auf das Gesamtergebnis keinen Einfluß. Einige Beobachtungen lassen vermuten, daß dieser Vorgang nicht so einfach ist. Das ist nicht verwunderlich, wenn man sich vorstellt, was dabei auf der Basilarmembran geschieht. Der Schalldruckimpuls hat eine kurze Druckwelle im Innenohr

zur Folge, die in etwa 2 ms über das Cortische Organ läuft und zuerst die den hohen Frequenzen zugeordneten Nervenzellen am ovalen Fenster anregt. Die Sinneszellen werden also sehr wahrscheinlich nicht alle gleichzeitig angeregt. Ob dies auf dem Weg zur Wahrnehmung im Gehirn durch unterschiedliche Laufzeiten ausgeglichen wird, ist unbekannt. Für die Auswertung der Messungen muß man natürlich den Pegel der Erregung über der Zeit auftragen. Am zweckmäßigsten dürfte es trotz gewisser Bedenken sein, hierfür die Zeit zwischen dem Ende des Rauschimpulses und dem kurzen Testimpuls zu wählen.

#### 6. Ergebnis der Versuche

Aus den geschilderten Versuchen kann man einige allgemeine Schlüsse über das Abklingen der Erregung von weißem Rauschen ziehen.

#### 6.1. Ausgangs- und Endwert des Abklingvorgangs

Der Abklingvorgang geht von dem Pegel aus, der durch die Mithörschwelle des Testimpulses im Augenblick des Abschaltens des Schallereignisses bestimmt ist und nähert sich asymptotisch der natürlichen Hörschwelle oder einer durch Dauergeräusche verursachten künstlichen Hörschwelle. Diese beiden Grenzwerte lassen sich leicht aus der Kenntnis über stationäre Schallereignisse angeben (wenigstens für den Fall, daß das Ohr im Abschaltmoment voll eingeschwungen ist).

#### 6.2. Zeitgesetz des Abklingvorganges

Der zeitliche Verlauf läßt sich am besten in einem Pegel-Zeit-Diagramm, bei dem die Zeitachse einen logarithmischen Maßstab trägt, beschreiben. Er läßt sich dann recht gut durch einen zweifach gebrochenen Linienzug annähern. Für kurze Zeiten erhält man eine Waagerechte in Höhe der Mithörschwelle MHS und für lange Zeiten erhält man ebenfalls eine Waagerechte in Höhe der natürlichen oder der künstlich angehobenen Hörschwelle HS für die Testimpulse. Die dazwischenliegenden Meßpunkte kann man in diesem Koordinatensystem gut durch eine Gerade approximieren, die die zwei waagerechten Linien verbindet. Die bei dieser Approximation entstehenden zwei Knickpunkte sind für den Abklingvorgang charakteristisch. Kennt man diese Punkte, so kann man den Abfall der Erregung vollständig beschreiben oder vorherbestimmen. Wenn man noch berücksichtigt, daß bei der Messung natürlich kein scharfer Knick auftritt, sondern die Ecken ausgerundet sind, so hat man damit die graphische Darstellung des Zeitgesetzes für das Abklingen der Erregung gewonnen.

#### 6.3. Lage und Bedeutung der Knickpunkte

Nun ist noch die Frage offen: Was bedeuten die Knickpunkte und wo liegen sie? Der rechte Knickpunkt ist ein Maß für das Ende des Abklingvorganges. Er gibt die Zeit nach dem Abschalten an, bei der die Erregung durch das vorausgegangene Schallereignis praktisch keinen Einfluß mehr hat. Bei den meisten Versuchen lag er unabhängig vom Pegel und der Frequenz etwa bei 300 ms. Bei den Messungen mit einer künstlichen Hörschwelle aus weißem Rauschen ergaben sich kleinere Werte.

Der linke Knickpunkt ist eigentlich nur durch den logarithmischen Zeitmaßstab bedingt und bedeutet, daß die Mithörschwelle des Testimpulses für t=0nicht über alle Grenzen anwächst, sondern in den Wert übergeht, der bei dauernder Anwesenheit des Hauptschalles gemessen wird. Meist lag dieser Knickpunkt bei 4 ms. Eine Ausnahme bilden hier die Meßreihen, bei denen durch Hochpaßrauschen eine teilweise Verdeckung stattfand (Knickpunkt bei 10 ms). Vielleicht läßt sich diese Erscheinung so erklären: Die Druckimpulse wandern über die Basilarmembran und werden dabei immer breiter. Wird nun der dem ovalen Fenster zugekehrte Teil des Cortischen Organs durch ein Hochpaßrauschen dauernd erregt. so wird der Impuls erst in der Nähe des Helicotremas als ein scheinbar ziemlich langer Impuls hörbar. Es wird nun vermutet, daß der linke Knickpunkt um so weiter nach rechts rückt, je länger der Testschall ist.

Für den häufigsten Fall, daß nämlich die Knickpunkte bei 4 ms bzw. 300 ms liegen, ist in Bild 4 eine Kurvenschar angegeben, die den Erregungs-

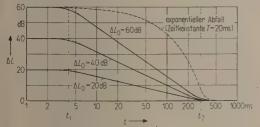


Bild 4. Pegelunterschied zwischen der momentanen Mithörschwelle und der Hörschwelle in Abhängigkeit von der Zeit nach dem Abschalten von weißem Rauschen. Zum Vergleich ist gestrichelt ein exponentieller Abfall eingezeichnet.

abfall von Rauschen beschreibt. Auf der Ordinate ist der Pegelunterschied  $\Delta L$  zwischen dem momentanen Mithörschwellenpegel und dem Pegel der Hörschwelle aufgetragen, Parameter der Kurven ist der Pegelunterschied  $\Delta L_0$  zwischen der Erregung vor und nach dem Abschalten. Zum Vergleich ist gestrichelt auch der Abklingvorgang eingezeichnet, wenn die Intensität nach einer Exponentialfunktion abfallen würde.

Will man den Erregungsabfall weiterhin durch eine einzige Zahl kennzeichnen, so kann man hierfür beispielsweise die Zeit wählen, bis die Intensität I auf 1/e abgesunken ist. Dieser Wert ist allerdings stark vom Pegelunterschied  $\Delta L_0$  abhängig. Der Begriff der "Zeitkonstante" ist hier nicht angebracht, da er eigentlich nur für Exponentialfunktionen sinnvoll ist.

Eine weitere offene Frage ist der Verlauf des Abklingvorgangs bei anderen Schallereignissen. In dieser Richtung wurde noch ein Versuch durchgeführt, bei dem der Hauptschall ebenfalls ein Druckimpuls von 30 µs effektiver Dauer war. Die Messung war etwas schwierig; die Streuung der Meßwerte war daher größer, aber die Mittelwerte ergaben doch wieder den charakteristischen gebrochenen Linienzug.

Herrn Prof. Dr. R. FELDTKELLER und HERRN Dr. E. Zwicker möchte ich an dieser Stelle für Anregungen und Hinweise sowie allen Versuchspersonen für ihre Mitarbeit herzlich danken.

(Eingegangen am 21. September 1959.)

#### Schrifttum

- ZWICKER, E., Über psychologische und methodische Grundlagen der Lautheit. Acustica 8 [1958], Beiheft 1, 237.
- [2] Port, E., Die Lautstärke von Tonimpulsen verschiedener Dauer. Frequenz 13 [1959], 242.
- [3] OETINGER, R., Die Erregung des Gehörs durch Dauergeräusche und durch kurze Impulse. Nachrichtentech. Z. 12 [1959], 391.
- [4] Kaiser, W., Das Bérésy-Audiometer der Technischen Hochschule Stuttgart. Acustica 2 [1952], Beiheft 4, AB 235.
- [5] ZWICKER, E. und GÄSSLER, G., Die Eignung des dynamischen Kopfhörers zur Untersuchung frequenzmodulierter Töne. Acustica 2 [1952], Beiheft 3, AB 134.
- [6] von Bérésx, G., Über die Resonanzkurve und die Abklingzeit der verschiedenen Stellen der Schnekkentrennwand. Akust. Z. 8 [1943], 66.

# EINE MIKROPHONANORDNUNG GROSSER RICHTUNGSEMPFINDLICHKEIT

von P. Dämmig, Braunschweig

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt

#### Zusammenfassung

Eine Mikrophonanordnung, bestehend aus zwei gekreuzten linearen Gruppen von Schlitzrohrmikrophonen, wird beschrieben. Die Halbwertbreite der Richtcharakteristik beträgt bei  $1~\rm kHz$  etwa  $15^\circ$ , bei  $4~\rm kHz$  etwa  $12^\circ$ .

#### Summary

An arrangement consisting of two cross-wise connected linear groups of tubular directional microphones is described. The half width of the directional pattern corresponds to ca.  $15^{\circ}$  at  $1~\rm kc/s$  and  $12^{\circ}$  at  $4~\rm kc/s$ .

#### Sommaire

On décrit une disposition de microphones consistant en deux groupes linéaires croisés de microphones à tuyaux fendus. La largeur de la courbe de directivité à mi-hauteur vaut environ  $15^{\circ}$  pour  $1~\rm kHz$  et  $12^{\circ}$  pour  $4~\rm kHz$ .

#### 1. Einleitung

Richtungsempfindliche Schallempfänger werden in verhältnismäßig großem Umfang in der Schallmeß- und Übertragungstechnik eingesetzt. Die Verwendung eines einzelnen Mikrophons dafür hat den Vorteil, die gesamte Anordnung in ihren Abmessungen klein halten zu können. Dies hat jedoch zur Folge, daß auch die Peilschärfe klein bleibt. Als Maß für die Peilschärfe in einer bestimmten Ebene werde eine Größe angesehen, die dem Kehrwert des Winkelabstandes derjenigen Richtungen proportional ist, aus denen das Mikrophon bei allseitig gleich starker Betönung nur halb so viel Energie überträgt wie aus der Richtung seiner größten Empfindlichkeit. Es kann natürlich auch diese "Halbwertbreite" selbst zur Charakterisierung der Richtungsempfindlichkeit dienen. Die Richtcharakteristiken von Cardioid-Mikrophonen haben theoretische Halbwertbreiten von rund 130°, Band-Mikrophone solche von etwa 90° [z. B. 1]. Für Schlitzrohr-Mikrophone [2] von 1 m Rohrlänge findet man bei 2 kHz eine Halbwertbreite von etwa 45°. Eine sehr viel größere Peilschärfe konnte mit Anordnungen erhalten werden, bei denen Reflektoren Verwendung finden. Ein im Brennpunkt eines parabolischen Reflektors aufgehängtes Mikrophon gab bei 2 kHz eine Halbwertbreite der Richtcharakteristik von 8° [3]. Der Reflektordurchmesser betrug allerdings 1,20 m. Ein solches Gebilde stellt schon eine Störung im Schallfeld dar, die insbesondere bei Messungen in kleineren Räumen kaum mehr zu vernachlässigen ist. Im Hinblick auf eine Verwendung auch in solchen Räumen wurde die im folgenden näher beschriebene Anordnung aufgebaut, die die ungestörte Ausbreitung der Wellen weniger behindert als eine schallharte Reflektorfläche.

#### 2. Theorie [4], [5]

Es wurde von der Tatsache Gebrauch gemacht, daß eine merkliche Erhöhung der Peilschärfe durch die Kombination von mehreren richtungsempfindlichen Empfängern zu Empfängergruppen gelingt. Gruppen aus ungerichteten Empfängern sind selbst schon richtungsselektiv. Zum Beispiel läßt sich die sogenannte natürliche Amplitudencharakteristik (Gegensatz zur "künstlichen Charakteristik" der Gruppe, bei der das Maximum der Empfindlichkeit in eine bestimmte Richtung eingestellt (kompensiert) ist) einer linearen Gruppe von n Empfängern in einer die Gruppe enthaltenden Ebene darstellen als

$$S(\alpha) = \frac{1}{n} \left| \frac{\sin\left(n\frac{kd}{2}\sin\alpha\right)}{\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\alpha\right)} \right|, \qquad (1)$$

wobei d der Abstand zwischen zwei benachbarten Empfängern, k die Wellenzahl ist und  $\alpha$  den Winkelabstand der jeweils betrachteten Schalleinfalls-Richtung von derjenigen normal zur Längsausdehnungsrichtung der Gruppe (Richtung des Hauptmaximums der Empfindlichkeit) angibt. Die räumliche Charakteristik ist ein rotationssymmetrisches, wulstartiges Gebilde um die Gruppe als Drehachse. Insbesondere ist die Vorwärtsempfindlichkeit dieser Anordnung gleich der Rückwärtsempfindlichkeit.

Sind die Einzelempfänger selbst richtungsselektiv und stellt

$$E_{\nu}(\alpha) = \frac{A_{\nu}(\alpha)}{A_{\nu 0}}$$

(A<sub>ν</sub> Amplitude in Richtung α, A<sub>ν0</sub> Maximalamplitude) die Charakteristik des ν-ten Empfängers dar,

so ist die Richtcharakteristik der Gruppe gegeben durch

$$R(\alpha) = \frac{A_{\text{res}}}{\sum_{\nu=1}^{n} A_{\nu 0}} = S(\alpha) \frac{\sum_{\nu=1}^{n} A_{\nu 0} E_{\nu}(\alpha)}{\sum_{\nu=1}^{n} A_{\nu 0}}.$$

 $(A_{\rm res}$  resultierende Amplitude in Richtung  $\alpha$ ). Für den Fall, daß alle Einzelempfänger die gleiche Charakteristik  $E(\alpha)$  haben, gilt

$$R(\alpha) = S(\alpha) \cdot E(\alpha)$$
.

Die Gruppencharakteristik multipliziert sich also mit der Charakteristik der Einzelempfänger (Satz von Bridge).

Im vorliegenden Fall wurden lineare Gruppen von Schlitzrohrmikrophonen verwendet, also von Mikrophonen, an die Rohre angekoppelt sind, die in Längsrichtung geschlitzt und mit Material bestimmten Strömungswiderstandes bedeckt sind. Deren Richtcharakteristik ist gegeben durch [2]

$$E(\beta) = \frac{\sin\left[\frac{kl}{2}(1-\cos\beta)\right]}{\frac{kl}{2}(1-\cos\beta)}$$
(2)

 $(l \text{ Länge des Schlitzrohres}, \beta \text{ Winkel gegen die Rohrrichtung})$ . Die räumliche Charakteristik ist rotationssymmetrisch mit der Rohrachse als Symmetrieachse und im Mittelteil (Hauptmaximum) keulenförmig. Die Rückwärtsempfindlichkeit kann durch geeignete Wahl von kl erheblich kleiner gemacht werden als die Empfindlichkeit in Vorwärtsrichtung.

Der durch Gl. (1) gegebene Wert der Richtungsempfindlichkeit der Gruppe durchläuft wie der für optische Gitter gültige analoge Ausdruck eine Folge von Extremwerten und Nullstellen. Um das Auftreten eines zweiten Hauptmaximums auszuschließen, muß für Wellen der Länge  $\lambda$  die Bedingung

$$d \le \frac{n-1}{n} \lambda \tag{3}$$

erfüllt werden; der Empfängerabstand ist also außer von der Wellenlänge auch von der Anzahl der verwendeten Empfänger abhängig. Es ergeben sich dann jedoch noch Nebenmaxima. Mit der Anzahl der verwendeten Empfänger nimmt ihre Zahl zu, ihre Höhe ab, allerdings läßt sich durch Vergrößerung der Empfängerzahl über 6 hinaus keine entscheidende Abnahme der Maximalhöhe mehr erreichen.

Auch durch wiederholte Anwendung des Satzes von Bridge, also den Aufbau linearer Empfängergruppen aus kleineren linearen Untergruppen, ist es möglich, die Höhe der Nebenmaxima der Richtcharakteristik zu verkleinern. Gleichzeitig verliert dabei allerdings das Hauptmaximum etwas an Peilschärfe. Gleichbedeutend und für die praktische Ausführung vorteilhafter ist es, nicht eine Untergruppierung der Gruppe zu wählen, sondern vielmehr die Empfängerempfindlichkeit nach der Mitte der Gruppe hin zunehmen zu lassen.

Die Peilschärfe P der Gruppe ist von der Empfängerzahl abhängig. Für eine lineare Gruppe, bei der das Empfindlichkeitsmaximum in der Kompensationsrichtung  $\alpha'$  liegt, gilt in 1. Näherung

$$P \sim k l \sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \cos \alpha'. \tag{4}$$

Die Peilschärfe wächst also bei vorgegebener Empfängerzahl n mit dem Produkt aus Frequenz und Gruppenlänge, nimmt jedoch bei vorgegebener Länge l mit wachsender Zahl der Empfänger ab. Ferner ist sie abhängig von der Kompensationsrichtung  $\alpha'$ . Für  $\alpha'=0$  (natürliche Charakteristik) ergibt sich die größte Peilschärfe.

Schlitzrohrmikrophone sind lineare Gruppen, die aus unendlich vielen Einzelempfängern, den differentiellen Schlitzabschnitten, bestehen. Durch die Laufzeiten, die die von den Einzelempfängern herrührenden Signalanteile im Rohr erfahren, wird eine feste Phasenkompensation auf  $\alpha'=\pi/2$  erreicht. Aus Gl. (4) läßt sich dafür ablesen, daß die Peilschärfe für eine solche lineare Gruppe erheblich kleiner ist als sie bei der natürlichen Charakteristik einer analogen Gruppe ohne Phasenkompensation wäre. Es bleibt allerdings P>0, weil in diesem Fall noch in Gl. (4) nicht enthaltene Glieder höherer Ordnung zu berücksichtigen sind.

Die unterschiedlichen Peilschärfen einer linearen Gruppe ungerichteter Mikrophone und eines einzelnen Schlitzrohrmikrophons lassen sich durch Iteration aus Gl. (1) und (2) explizit angeben. Man findet bei 1 kHz für die Richtcharakteristik eines Schlitzrohres von 1,5 m Länge eine Halbwertbreite von 52°. Eine Gruppe von 6 Mikrophonen mit  $d = 5/6 \lambda$  nach Gl. (3) hat für 1 kHz eine Länge von rund 1,4 m, ist also etwa ebenso lang wie das Rohr. Die Halbwertbreite beträgt dafür jedoch nur 10°. Die Kombination von Schlitzrohrmikrophonen zu einer linearen Gruppe verbindet daher den Vorteil der geringen Rückwärtsempfindlichkeit des Rohres mit dem der größeren Peilschärfe der Gruppe. Allerdings ist die Gruppenanordnung frequenzselektiv; der Mikrophonabstand muß deshalb nach Gl. (3) auf die jeweilige Meßfrequenz eingestellt werden. Dadurch erreicht man aber zumindest theoretisch, daß die Richtschärfe unabhängig von der Wellenzahl bleibt. Bei vielen Meßaufgaben wird ohnehin in relativ schmalen Frequenzbereichen gearbeitet, so daß die Selektivität in Kauf genommen werden kann.

Wegen der Zylindersymmetrie der Richtcharakteristiken von Gruppe und Einzelmikrophon bezüglich verschiedener Achsen ist die Peilschärfe für eine horizontale Gruppe nur in Horizontalrichtung wesentlich durch die Gruppencharakteristik bestimmt. Die Vertikalpeilschärfe ist durch diejenige eines einzelnen Schlitzrohrmikrophons gegeben, also geringer als in Horizontalrichtung.

Die Anzahl der insgesamt zu verwendenden Empfänger muß als optimale Lösung aus den verschiedenen ungleichsinnigen Bedingungen für Peilschärfe und Nebenmaxima sowie den geometrischen Gegebenheiten und der Kenntnis des nutzbaren Frequenzbereichs gefunden werden.

#### 3. Aufbau der Anordnung (Bild 1)

Die hier beschriebene Richtmikrophongruppe wurde für Anwendung im Bereich zwischen 0,8 und 4 kHz entwickelt. Als Mikrophonkapseln für die

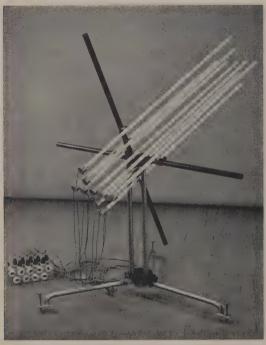


Bild 1. Ansicht der Mikrophonanordnung.

Schlitzrohrmikrophone konnten deshalb die in diesem Frequenzbereich empfindlichen sehr kleinen magnetischen Systeme MM 21 (Sennheiser electronic) verwendet werden. Sie haben Außenabmessungen von  $18.9\times12.6\times6.8~\text{mm}^3$ , eine Impedanz von  $2~\text{k}\Omega$  und eine Empfindlichkeit von etwa 0.1~mV/ µbar bei 1~kHz und Anpassung. Leider war es trotz Auswahl der Kapseln aus einer größeren Stückzahl nicht möglich, hinreichend viele Mikrophone zu finden, deren Amplituden- und Phasengänge in einem größeren Frequenzbereich in wünschenswertem Maße übereingestimmt hätten. Es wurde deshalb

die bestmögliche Auswahl getroffen. Die Mikrophonkapseln sind zur Isolation gegen störenden Luft- und Körperschall in Messinggehäuse von mehr als 5 mm Wanddicke eingesetzt und darin schaumstoffgepolstert gelagert worden.

Als richtungsempfindliche Elemente dienen geschlitzte Aluminiumrohre von 1,5 m Länge und 12 mm lichtem Durchmesser. 1 mm Schlitzbreite erwies sich unter Berücksichtigung der Rohrdimensionen als zweckmäßig. Zur Amplitudenkompensation sind die Schlitze nach [2] mit einer Deckschicht aus porösem Material (Löschpapier und Baumwollband) von passend gewähltem Strömungswiderstand beklebt.

Fünf Schlitzrohrmikrophone bilden eine lineare Gruppe. Sie sind leicht verschiebbar auf Stahlrohren als Träger angeordnet. Weil die Linearanordnung in der Horizontal- und Vertikalrichtung verschiedene Peilschärfen aufweist, wurden zwei lineare Gruppen rechtwinklig gekreuzt und dadurch in Horizontalund Vertikalrichtung äquivalente Verhältnisse geschaffen. Aus mechanischen Gründen war es zweckmäßig, in jeder der beiden Gruppen eine ungerade Anzahl von Mikrophonen zu benutzen. Das mittlere Mikrophon gehört dann beiden Gruppen an. Obwohl eine Kreisgruppe den Vorteil der Zylindersymmetrie der Richtcharakteristik um die zur Gruppenebene normale Achse hat, wurden lineare Anordnungen gewählt, weil im Hinblick auf die erforderliche Justierbarkeit dabei geringere mechanische Anforderungen an den Mikrophonträger gestellt zu werden brauchten.

Die Peilschärfe einer Empfängergruppe ist nach Gl. (4) stark von der Kompensationsrichtung abhängig. Deshalb wurde im Interesse einer für alle Meßrichtungen gleichen Peilschärfe darauf verzichtet, die Anordnung mit Phasenkompensatoren zur Einstellung der Peilrichtung auszurüsten. Statt dessen ist die gesamte Anordnung in Azimutal- und Höhenrichtung drehbar.

Die Ausgangssignale der einzelnen Mikrophone werden elektrisch addiert (Bild 2). Zur Vermeidung

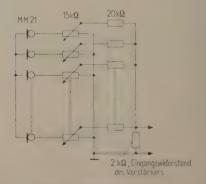


Bild 2. Prinzipschaltbild.

zusätzlicher Phasendrehungen enthält die Schaltung nur Ohmsche Widerstände. Drehknopfpotentiometer erlauben, die unterschiedliche frequenzabhängige Empfindlichkeit der einzelnen Mikrophonkapseln gegeneinander abzugleichen und gleichzeitig, wie oben erwähnt, die Empfängerempfindlichkeit zur Unterdrückung der Nebenmaxima zu regulieren. Diese Empfindlichkeiten wurden so eingestellt, daß sie sich, von der Gruppenmitte nach außen, wie 1:0,5:0,25 verhalten. Man erreicht dies auch bei gekreuzten Gruppen mit gemeinsamem Mittelmikrophon, wenn man dessen relative Empfindlichkeit auf den Wert 1,5 justiert und die Phase des Ausgangssignals bei diesem Mikrophon um  $\pi$  dreht.

Zur Ermittlung der Richtungsempfindlichkeit wurde die Mikrophonanordnung mit rechteckigen Schwingungsimpulsen geeigneter Länge und Folgefrequenz beschallt. Als Sender diente eine Lautsprecherkombination, die starke Richtungsbündelung des abgestrahlten Signals hervorruft. Die Bilder 3 und 4 zeigen nach diesem Verfahren auf-

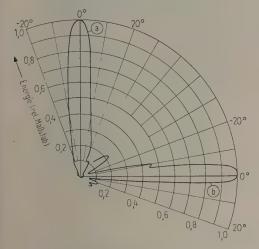


Bild 3. Richtcharakteristik bei 1 kHz;

- (a) Horizontalcharakteristik,
- (b) Vertikalcharakteristik.

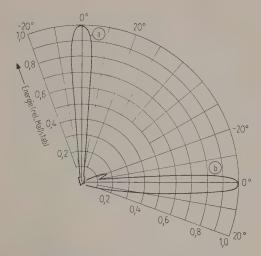


Bild 4. Richtcharakteristik bei 4 kHz;

(a) Horizontalcharakteristik,

(b) Vertikalcharakteristik.

genommene Richtcharakteristiken. Die Halbwertbreiten in Horizontal- und Vertikalrichtung ergeben

sich zu etwa 15° bei 1 kHz und 12° bei 4 kHz. Unter 45° gegen die Gruppenachsen gemessen sind sie etwas größer und betragen rund 25° bzw. 16°.

(Eingegangen am 12. Oktober 1959.)

#### Schrifttum

- [1] Frayne, J. G. und Wolfe, H., Elements of sound recording. Wiley and Sons, Inc., New York, Chapman and Hall, Ltd., London, 1950.
- [2] TAMM, K. und KURTZE, G., Ein neuartiges Mikrophon großer Richtungsselektivität. Acustica 4 [1954], 469.
- [3] THIELE, R., Richtungsverteilung und Zeitfolge der Schallrückwürfe in Räumen. Acustica 3 [1953], 291
- [4] STENZEL, H. und BROSZE, O., Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1958.
- [5] Handbuch der Experimentalphysik, Bd. XVII, 2. Teil, 267 ff., Akademische Verlagsgesellschaft mbH., Leipzig 1934.

#### Phase relation between sonoluminescence and cavitating bubbles

The phase relation between the sonoluminescence and the cavitating bubbles in liquids is of importance in elucidating the mechanism of the sonoluminescence. Although some experiments on this phase relation have been reported, the results are not in agreement with each other. Günther et al. [1] and Meyer and Kuttruff [2] observed that the luminescence occurred at the instant of cavity collapse, while Wagner [3] and Jarman [4] obtained the opposed result.

The present author performed a new experiment showing the coincidence of the sonoluminescence and the cavity collapse in water. The experimental arrangement is shown in Fig. 1. A ferrite transducer resonating at

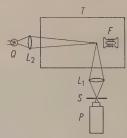


Fig. 1. Experimental arrangement. T water tank, F ferrite transducer, L<sub>1</sub> objective lens, S screen with pinhole, P photomultiplier, Q lamp, L<sub>2</sub> condenser lens.

28 kc/s is employed to radiate the ultrasonic waves in a glass tank  $(23 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} \times 23 \text{ cm})$  filled with tap water. A full-sized image of the cavitation region before the radiating surface is formed by a lens on a screen with a small opening  $(2 \text{ mm } \emptyset)$ , and the light from a small region at a distance of 1 cm before the center of the radiating surface is fed to a photomultiplier through this opening. The output of the photomultiplier is amplified and observed by a cathode ray oscilloscope triggered by the input voltage of the transducer. A light source is used for the dark field illumination of the cavitating bubbles from which the light is scattered corresponding to the bubble volume. In complete darkness, the periodical luminescence pulses are observed on the cathode ray screen. When the dark field illumination is switched in, the curve representing the scattered light from the cavitating bubbles is observed on the oscilloscope under a reduced gain of the amplifier. The time constant of the apparatus is of the order of 10-8 s.

Fig. 2 is a double exposured oscillogram of the bubble volume and the sonoluminescence in fresh tap water (extremely supersaturated with air) showing hundreds of overlapping sweeps. Although both the luminescence and the bubble volume cannot be observed at the same time, the phase relation between the two phenomena is clearly observable by this procedure, since the triggering condition of the oscilloscope is common. The luminescence pulse begins to appear at about ½ period before the phase of the minimum bubble volume, and goes to its maximum intensity at the minimum bubble volume, i. e., at the instant of the complete collapse of the bubbles; thereafter it rapidly fades out. In nearly saturated water, the distribution of the luminescence pulses is reduced in width as shown in Fig. 3.

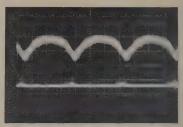


Fig. 2. Oscillogram of bubble volume (upper) and sonoluminescence (lower) in fresh tap water (extremely supersaturated with air).

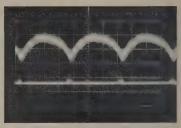


Fig. 3. Oscillogram of bubble volume (upper) and sonoluminescence (lower) in nearly saturated water.

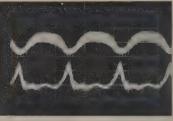


Fig. 4. Oscillogram of bubble volume (upper) and sound pressure (lower).

The sound pressure at a point close by the observed region of the luminescence is obtained by a  $2 \text{ mm} \ \phi$  spherical barium titanate microphone with a platinum core. The phase relation between the bubble volume and the sound pressure is shown in Fig. 4. At the minimum of the bubble volume, a remarkable positive peak is produced by the superposed shock waves which are the results of the concurrent collapse of bubbles. A slight difference between the curves of the bubble volume in Fig. 3 and Fig. 4 is due to the fact that the output of the photomultiplier is AC-coupled to the oscilloscope in Fig. 3, and DC-coupled in Fig. 4.

(Received 30. 5. 1960.)

KATSUO NEGISHI Kobayasi Institute of Physical Research, Kokubunji, Tokyo, Japan

#### References

- [1] GÜNTHER, P., HEIM, E. and EICHHORN, G., Z. angew. Phys. 11 [1959], 274.
- Phys. 11 [1959], 274. [2] MEYER, E. and KUTTRUFF, H., Z. angew. Phys. 11 [1959], 325.
- [3] Wagner, W. E., Z. angew. Phys. 10 [1958], 445.
- [4] JARMAN, P., Proc. Phys. Soc. London 73 [1959], 628.

# Bemerkung zur Messung der Schallabsorption im Hallraum bei vollständiger Diffusität

MEYER und KUTTRUFF [1] haben durch ihre Untersuchungen zur günstigsten Gestaltung eines Hallraumes gezeigt, daß es möglich ist, durch Anbringung von schallzerstreuenden Körpern ausreichender Größe und Fläche oberhalb einer von ihnen angegebenen Grenzfrequenz Werte des Absorptionsgrades auch bei hochabsorbierenden Stoffen zu messen. Durch völlige Belegung einer Raumbegrenzungsfläche schalteten sie die bei mittleren Frequenzen große Erhöhung der Absorption infolge Beugung an den Kanten der absorbierenden Fläche aus. Sie machten die Bemerkung, daß die Fehler, die man bei Messungen unterhalb der Grenzfrequenz macht, bei Stoffen endlicher Absorption kleiner als bei voll absorbierendem Material sind.

Messungen an Faserplatten mit konstanter Gesamtfläche, aber weitgehend variierter Größe der Teilflächen, über die kürzlich berichtet wurde [2], ergaben, daß man bei hoher Impedanz, also bei tiefen Frequenzen, auch ohne Diffusoren, schallzerstreuende Flügel o. ä. die nach der Theorie zu erwartenden Absorptionswerte mißt. Auch die Meßergebnisse von MEYER und Kuttruff zeigen das in einem Fall [1; Abb. 11], ohne daß die Autoren darauf hinwiesen.

Ihre Auffassung, daß mit ausreichenden Diffusoren und bei völliger Belegung einer Wandfläche der richtige Absorptionsgrad gemessen wird, muß in zweifacher Hinsicht etwas eingeschränkt werden. Bei Anbringung an Kanten und in Ecken eines Raumes, wo viele bzw. alle Eigenschwingungen ein Maximum des Schalldrucks haben, ist die Absorption von porösen Materialien [3], [2], [4] und Resonator-Absorbern [5], [6], [7] stark erhöht gegenüber der Wandmitte. In den angegebenen Veröffentlichungen wird über entsprechende Berechnungen und Messungen berichtet. Da die Zone erhöhten Schalldrucks etwa ein Viertel Wellenlänge tief ist, wird bei der Belegung einer ganzen Wand mit absorbierendem Material mit zunehmender Wellenlänge in steigendem Maß die Absorption höher, als für das statistische Schallfeld zu erwarten ist. Das deutet sich auch bei der bereits zitierten Untersuchung [1; Abb. 11  $(f \le 600 \text{ Hz})$ ] an.

Wenn man durch Verwendung von Diffusoren höhere und richtigere Werte als früher mißt, kommt eine bisher nicht erkannte weitere Abweichung des Meßwertes von dem für das statistische Schallfeld berechneten Absorptionsgrad zum Vorschein. Der mit Hilfe der Nachhallformel von Eyring ausgewertete scheinbare Absorptionsgrad ist auch bei völliger Ausschaltung der Beugung größer als der wahre, zum Beispiel 1,1 oder mehr statt 0,95. Ein erster Hinweis darauf waren eigene Unter suchungen an Faserplatten (Sillan 100 mit 5 cm Dicke), mit denen eine Hallraumwand voll belegt war. Es wurden schallzerstreuende Körper verschiedener Form Größe und Zahl im Raum angebracht. Der Absorp tionsgrad ist bei ausreichender Diffusität oberhalb von 1000 Hz größer als eins, der Grenzwert bei hohen Frequenzen ist etwa 1,2. Auch die Ergebnisse anderer Messungen, bei denen für genügende Schallzerstreuung ge sorgt war und kein oder fast kein fälschender Einfluß von Beugung vorhanden war, lassen den genannten Effekt bei hohen Frequenzen erkennen, und zwar bei Venzke [8; Abb. 7 bis 9  $(V=258\,\mathrm{m}^3)$ ], Meyer und Kuttruff [1; Abb. 3, 5, 6, 7 und 12] und neuerdings bei den internationalen Absorptionsgrad-Vergleichsmessungen, über deren vorläufiges Ergebnis C. W. Kosten

kürzlich berichtete [9]. Die bekannten Nachhallformeln gelten für ein diffuses Schallfeld, in dem alle Größen statistisch verteilt sind. Wenn aber in einem Raum eine oder mehrere große Flächen absorbieren, fehlen im diffusen Schallfeld die von dort stammenden Reflexionen im Maße der Absorption, unter Umständen also vollständig. Daran ändern auch schallzerstreuende Körper im Raum nichts. Eine theoretische Behandlung dieses entarteten Schallfeldes fehlt bisher. Es ist verständlich, daß bei dieser Abweichung von der statistischen Verteilung der bei der Messung ausgewertete scheinbare Absorptionsgrad nicht gleich dem für das statistische Schallfeld berechneten ist.

Von einer Berechnung des im diffusen Schallfeld geltenden mittleren Absorptionsgrades aller jeweils möglichen Wellenordnungen nach der Wellentheorie in der vorliegenden Form ist keine Deutung der über eins erhöhten Werte zu erwarten. Die Wellenordnungen mit verschiedener Zahl der Knotenebenen parallel zur absorbierenden Wand haben bei hochabsorbierendem Material, also kleiner Impedanz, und höheren Frequenzen bis zum Faktor 100 und mehr unterschiedliche Dämpfungskonstanten. Bei völliger Diffusität kann man mit dem Mittelwert aller Dämpfungskonstanten rechnen bzw. der entsprechenden Wandkoeffizienten α'w (nach der amerikanischen Bezeichnungsweise). α'w ist aber kein Absorptionsgrad, sondern ein Absorptionsexponent<sup>1</sup>. Der zugehörige Absorptionsgrad ergibt sich aus der Beziehung  $\alpha'_{w} = -\ln(1-\alpha_{w})$ . Für komplexe Impedanzen liegen die Diagramme nur vor für die Wellenordnungen n=0, n=1 und n=2. Für reelle Impedanzen sind aber von Morse [10; Fig. 2] elf Ordnungen ausgewertet worden. Mit Benutzung dieser Kurven wurden der Wandkoeffizient und der Absorptionsgrad für die Werte  $z/\varrho c=1$  und  $\varphi=0^{\circ}$ , die bei Faserplatten möglich sind, und für die Frequenz 1000 Hz gerechnet, und zwar in Abhängigkeit von der auf die Wellenlänge bezogenen Ausdehnung eins des Hallraumes senkrecht zur ausgekleideten Wand. Es wurde angenommen, daß bei Anregung des Raumes in einer Ecke alle bei dieser Frequenz und der jeweiligen Abmessung möglichen Eigenschwingungen im eingeschwungenen Zustand die gleiche Amplitude haben. Bei einem sehr flachen Raum ist ungefähr  $\alpha'_{\rm w}=3$  und  $\alpha_{\rm w}=0.95$ . Bis  $l/\lambda=5$  ist eine genaue Auswertung möglich. Dafür ist  $\alpha'_w = 3,5$  und  $\alpha_{\rm w} = 0.97$ . Bis etwa  $l/\lambda = 8$  (l = 2.75 m) ist eine Extrapolation der Kurven von Morse statthaft, die zu  $\alpha'_{\rm w} = 4.0$  und  $\alpha_{\rm w} = 0.98$  führt. Absorptionsgrade über eins werden also auch auf diesem Wege nicht erhalten.

(Eingegangen am 7. November 1959.)

W. Kuhl und U. Kath Institut für Rundfunktechnik,

#### Schrifttum

- [1] MEYER, E. und KUTTRUFF, H., Akustische Modellversuche zum Aufbau eines Hallraumes. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen II a (1958), Nr. 6, 98 - 114.
- [2] Kuhl, W., Der Einfluß der Kanten auf die Schallabsorption poröser Materialien. Ber. III. Int. Kongr. Akustik [1960], im Druck.
- [3] MAA, D. Y., Non-uniform acoustical boundaries in rectangular rooms. J. acoust. Soc. Amer. 12 [1940], 39.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Diesen Hinweis gab uns freundlicherweise Herr Prof. Dr. L. CREMER.

- [4] RAMER, L. G., The absorption of strips. Effects of width and location. J. acoust. Soc. Amer. 12 [1941], 323.
- [5] Kuhl, W., Raumakustische Gesichtspunkte bei der Gestaltung einiger neuer Rundfunkstudios. Mtt. Rundfunktechn. Inst. Nr. 13 [1953], 35.
- [6] Wöhle, W., Die Absorption von Einzelresonatoren in verschiedener Anordnung im geschlossenen Raum (Wandmitte, Kante, Ecke). Hochfrequenztechn. u. Elektroak. 67 [1959], 180.
- [7] WÖHLE, W., Schallabsorption von Einzelresonatoren bei Anordnung an der Wand, in der Kante oder Ecke eines Raumes. Hochfrequenztechn. u. Elektroak. 68 [1959], 56.
- [8] Venzke, G., Zur Formgebung von Hallräumen für Meßzwecke. Acustica 6 [1956], 2.
- [9] Kosten, C. W., Die Messung der Schallabsorption von Materialien. Ber. III. Internat. Kongr. Akustik [1960], im Druck.
- [10] Morse, P. M., Some aspects of the theory of room acoustics. J. acoust. Soc. Amer. 11 [1939], 56.

#### The problem of the reverberation method solved?

It is well-known that the reverberation method for measuring the sound absorption of materials and objects is very unreliable and inaccurate, unreliable in the sense that different laboratories, measuring the same material, can easily find absorption coefficients that differ by a factor 2 or more. The vast literature on the subject proves this statement.

Stimulated by the desire to solve the problem by standardizing internationally the conditions of measurement, some 20 institutes throughout the world decided to arrange a round robin (German: Ringversuch), each institute measuring the same material, rockwool plates of 5 cm thickness and  $100 \ {\rm kg/m^3}$  density. Reports were sent to me for evaluation.

The first series of measurements was rather disappointing as a consequence of conditions of measurement that varied considerably between the participating laboratories as to the degree of diffusivity of the sound field, size and method of mounting of the material, volume of the room etc. The spread was tremendous.

In the meantime a publication of Meyer and Kuttruff 1 had drawn the attention to the large influence that the degree of diffusivity has on the result. They gave for the first time a lot of quantitative information about this effect that was known in principle, but not appreciated sufficiently.

The round robin was then continued, the institutes being asked to measure as a function of the surface of the sample and as a function of the degree of diffusivity. They were asked to increase the diffusivity almost ad absurdum, e.g. by hanging in a random way plywood or hardboard plates of 1 to 2 m<sup>2</sup> in the room, the total surface being even larger than necessary to cover the floor entirely.

The results still showed up surprisingly large differences, say from  $\alpha\!=\!0.9$  to 1.35 at a certain frequency. A thorough study has enabled us, however, to solve the problem in principle and to explain the differences. It is now above any doubt that the result of measurement will be the same in different laboratories within a reasonable error of say  $\pm 0.05$  in  $\alpha$ , provided:

- the reverberant sound field is kept sufficiently diffuse,
   the edges of the sample are treated in the same way in the various laboratories and
- 3. the length of free edge per m<sup>2</sup> is the same in the various institutes.

A free edge gives rise to an apparent increase of the area of the sample, i. e. to an apparent increase of the absorption coefficient  $\alpha$ . Since it is reasonable to require that this increase in  $\alpha$ , due to the edge effect, is small a large sample is better than a small one, so as

<sup>1</sup> E. Meyer and H. Kuttruff, Akad. Wiss. Göttingen, Math.-physik. Kl., II a, Mathem.-physik. chem. Abt., (1958) 6.

to keep the total length of free edge per m<sup>2</sup> of sample low

A sample area of  $10~\text{m}^2$  is on the one hand large enough to keep the edge effect within reasonable limits, on the other hand small enough to be handled in rooms of  $200~\text{m}^3$ . Moreover larger samples than  $10~\text{m}^2$  are economically hardly justified.

One of the most interesting conclusions of the study is that rooms around 100 m³ can not cope with samples of 10 m² since it is impossible to keep the reverberant sound field in them sufficiently diffuse when the sample is an excellent absorber. In such rooms too low values for a are found. This statement is contradictory to conclusions given in Meyer and Kuttruff's paper. To be on the safe side it seems reasonable, however, to state that a volume of 200 m³ is necessary until one has shown how to make smaller rooms sufficiently diffuse. The information gathered up till now does not warrant a more compliant conclusion.

If a sufficient number of diffusers are present in the room, the volume and shape of the room are almost certainly irrelevant. So, oblique walls and ceiling are no longer necessary. Moreover they are insufficient as a means for obtaining a diffuse state. The same applies to other commonly used means such as rotating vanes and/or loudspeakers, directed or undirected, numerous or nonnumerous microphones and loudspeakers.

If the conditions 1, 2 and 3, mentioned above, are fulfilled, all institutes will measure the same result. This value turns out to depend however, rather strongly upon the surrounding of the edges. Dr. Kuhl, Hamburg, will probably publish some information about this effect. Undoubtedly, however, it will need further study.

In recent years it was common practice in many laboratories to mount the material in 3 or 4 patches on different walls and the floor. It goes without saying that this should not be done. It is a rather poor means to increase the state of diffusivity and increases the edge effect intolerably.

According to the draft ISO-recommendation Sabine's equation shall be used for the evaluation. The use of Eyring's formula instead of Sabine's would yield values of  $\alpha$  that are approximately 0.07  $\alpha$  lower. Sabine's equation is moreover very simple and practical.

The preliminary result of the evaluation of the round robin is therefore that the following method gives reliable results:

- 1. an almost square sample of 10 m<sup>2</sup> in one area on either the floor or one wall;
- a volume of not less than 200 m<sup>3</sup>. Probably larger rooms are equally good or even better;
- 3. the reverberant sound field shall be made diffuse by means of the introduction of a great many large

diffusing elements, mounted at random in the volume;

 the edges should be covered in a way to be standardized precisely.

For further study the following problems that deal with details of the method are recommended:

 a. the edge effect as a function of the way of covering the edges and for samples of all kinds;

 the way to increase the diffusivity with a minimum increase of the absorption of the empty room;

c. to find the smallest volume in which, if furnished with the most suitable system of diffusers, the correct value of the absorption coefficient of a highly absorbing sample of 10 m<sup>2</sup>, as measured in a sufficiently large room, is approached up to a given discrepancy of say 0.05.

It may seem from this list of unsolved problems that the reverberation method stays a problem still. In our opinion this statement is much too pessimistic. Up till now the method seemed almost hopeless. It has been solved now entirely but for a few well-defined problems that can be solved rapidly and undoubtedly.

Since a large and good room does away with the problems b and c, there remains, properly speaking,

only one rather simple problem, viz. the study of the edge effect as far as it is of interest in diffuse rooms of sufficient volume with an almost square sample of 10 m<sup>2</sup>.

Therefore, in our opinion, we may conclude that, in principle, the problem around the reverberation method is solved indeed.

White noise or warble tones are always used. It seems opportune to suggest that smaller bands, or even pure tones can perhaps be used, at least above 500 c/s provided the specifications given above are followed. It seems interesting to investigate this possibility, since it may be a means to reveal properties of the samples that hitherto remained hidden.

A publication, giving the numerical data on which the above statements are based, will appear in Acustica in due time.

Acknowledgement: Prof. Dr. L. CREMER should be thanked for his initiative and effort to start the round robin, the manufacturer of the sample material (Sillan plates), GRÜNZWEIG and HARTMANN, Ludwigshafen am Rhein, Germany, for supplying identical material to a great many participating institutes.

(Received May 10th, 1960.)

C. W. KOSTEN Delft, Netherlands

### Zur Messung des dynamischen Elastizitätsmoduls von Anstrichfilmen

Bei den gebräuchlichen Verfahren zur Untersuchung des elastischen Verhaltens von Anstrichfilmen auf fester (metallischer) Unterlage wird eine Nachbildung der in der Praxis auftretenden Beanspruchungsformen angestrebt (vergleiche z. B. die Zusammenstellung in [1]). Diese Methoden ermöglichen zwar eine ausreichende Charakterisierung der verschiedenen Lacke für ihre Anwendung, sie sind jedoch wegen der unübersichtlichen räumlichen und zeitlichen Form der Beanspruchung für die Ermittlung allgemeiner Stoffkennwerte wenig geeignet.

Es war daher der Zweck einer von der Gesellschaft Deutscher Chemiker (GDCh), Fachgruppe "Anstrichstoffe und Pigmente", bei der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt angeregten Untersuchung, ein Meßverfahren zu entwickeln, das die Bestimmung allgemeiner elastischer Moduln von Lacken an dünnen Filmen auf fester Unterlage in Abhängigkeit von der Beanspruchungszeit oder -frequenz und der Temperatur erlaubt. Als Meßobjekte bieten sich hierfür hinreichend dünne, lackierte Blechstreifen an, die einer einfachen — statischen oder dynamischen (sinusförmigen) — Torsion oder Biegung unterworfen werden können, und aus deren unterschiedlichem Deformationsverhalten ohne und mit Lackierung auf die Eigenschaften des Lackfilmes geschlossen werden kann.

Von den möglichen Beanspruchungsformen wurde der dynamischen Biegung zunächst der Vorzug gegeben; das Verfahren entspricht der für die Untersuchung von Kunststoffstreifen üblichen Biegeresonanzmethode (vgl. z. B. [2]). Eine Ansicht der Meßvorrichtung zeigt das Bild 1. Als Prüfkörper dienen Federbandstahlstreifen von 50 µm Dicke und 8 mm Breite, die an einem Ende zwischen Spannbacken genügend großer Masse fest eingeklemmt sind. Die Dicke der ein- oder beidseitig aufgebrachten Lackfilme kann im Bereich von etwa 25 bis 50 µm je Schicht variiert werden. Bei freien Streifenlängen von 40 und 65 mm ergeben sich in Abhängigkeit von der Frequenz im Bereich von etwa 10 bis 10<sup>3</sup> Hz

genügend dicht liegende Meßpunkte. Zur Erregung der Biegeschwingungen am freien Ende und zur Abnahme dicht an der Einspannstelle der Streifen werden handels- übliche Wandler benutzt. Das elektromagnetische Sendesystem wird mit einer Gleichspannung (einige Volt) zur Vormagnetisierung und einer Wechselspannung kontinuierlich veränderbarer Frequenz (RC-Generator, kontrolliert mit Quarzuhr-Normalfrequenz) gespeist. Als

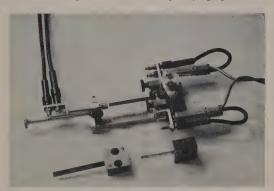


Bild 1. Meßvorrichtung.

Schwingungsaufnehmer dienen zwei induktive Systeme, die die Halbbrückenzweige einer handelsüblichen Trägerfrequenzmeßbrücke bilden. Die durch eine Brückenverstimmung erzeugte Diagonalspannung wird einem Röhrenvoltmeter und einem Pegelschreiber zur Anzeige zugeführt. Zur Messung bei verschiedenen Temperaturen befindet sich die Meßvorrichtung (vergl. Bild 1) in einem Thermostaten mit Luftumwälzung. Bei den benutzten Wandlersystemen können Messungen bis zu Temperaturen von etwa 100 °C vorgenommen werden.

Ermittelt werden an einem Prüfkörper ohne und mit Lackierung in den verschiedenen Biegeresonanzen die einander entsprechenden Resonanzfrequenzen  $f_{01}$  bzw.  $f_0$  sowie aus den Halbwertbreiten der Resonanzkurven oder aus den Abklingzeiten der zugehörigen Eigenschwingungen die Verlustfaktorwerte  $d_1$  bzw. d. Dabei ist  $d_1$  ein Maß für die "äußere" Reibung des Blechstreifens in der Einspannstelle. Mit dem Verhältnis  $\mu$  der Lackmasse zur Blechstreifenmasse je Längeneinheit folgen aus den Meßgrößen die Quotienten  $B'/B_1$  =  $(1+\mu)\,(f_0/f_{01})^2$  und  $B''/B_1''=(B'/B_1')\,(d/d_1)$  der Real- und Imaginärteile der komplexen Biegesteifen  $B_1^*$  und  $B^*$  des Blechstreifens ohne bzw. mit Lackierung. Die gesuchten Komponenten des komplexen Elastizitätsmoduls  $E_2^*$  des Lackes ergeben sich im Fall beidseitiger Lackierung gleicher Dicke aus den Komponenten des Moduls  $E_1^*$  des Federbandstahles und aus den Quotienten  $B'/B_1$  bzw.  $B''/B_1''$  an Hand der Beziehungen

$$E_{2}{'} = \frac{E_{1}{'}}{K} \left( \frac{B'}{B_{1}{'}} - 1 \right) \quad \text{und} \quad E_{2}{''} = \frac{E_{1}{''}}{K} \left( \frac{B''}{B_{1}{''}} - 1 \right);$$

darin ist  $K = (1+\xi)^3 - 1$  eine Funktion des Verhältnisses  $\xi$  der Gesamtdicke der beiden Lackfilme zur Dicke des Blechstreifens (vergleiche hierzu Theorie in [3]). Für den Fall einseitiger Lackierung, der jedoch aus praktischen Erwägungen auf Grund einiger Vor-

versuche außer Betracht gelassen wurde, gelten kompliziertere Formeln (vergleiche z. B. [4], [5]).

Erste Messungen haben gezeigt, daß das beschriebene Verfahren die Bestimmung der dynamisch-elastischen Kennwerte von Anstrichfilmen ausreichender Dicke  $(\xi \gtrsim 1)$  und nicht zu niedrigen Moduls  $(E_2' \gtrsim 10^9 \, \mathrm{dyn/cm^2})$  mit befriedigender Genauigkeit erlaubt. Eine ausführliche Darstellung, insbesondere der Meßergebnisse, wird an anderer Stelle gegeben werden [6].

(Eingegangen am 1. Juni 1960.)

G. W. BECKER und K. FRANKENFELD Braunschweig, Bundesallee 100

#### Schrifttum

- [I] WAPLER, D., Disch. Farben-Z. 10 [1956], 405 und 443.
- [2] Becker, G. W., Kolloid-Z. 140 [1955], 1.
- [3] Kerwin, E. M. jr., J. acoust. Soc. Amer. 31 [1959], 952 und Report Nr. 564 der Bolt Beranek and Newman Inc., Cambridge, Mass., USA.
- [4] OBERST, H. und Frankenfeld, K., Acustica 2 [1952], Beiheft 4, AB 181.
- [5] Schwarzl, F., Acustica 8 [1958], 164.
- [6] Becker, G. W. und Frankenfeld, K., Farbe und Lack, in Vorbereitung.

#### Plane condensor electrostatic actuators

In one of the first issues of this journal, A. J. King and C. R. Maguire [1] described a perfectly flat-topped condensor microphone, intended for use in a Rayleigh-disc calibration apparatus (see Fig. 1 in the article mentioned). Since then, similar, more or less flat-topped condensor microphones, primarily intended for closed-chamber, trans-impedance reciprocity calibration <sup>1</sup>, have become commercially available. As far as the writer is aware, it has not been yet noted that King and Maguires microphone is admirably suited for absolute calibration with a particular type of electrostatic actuator, effecti-



Fig. 1. Sketch of the guard-ring, plane condensor actuator. M microphone, D diaphragm, E electrode, G guard-ring.

vely avoiding the main drawback of the conventional actuator, namely the inaccurate knowledge of the "effective" distance d from the diaphragm to the actuator. By conventional microphones with front cavities, in fact,

edge effects prevent the distance d from being chosen sufficiently large for an accurate measurement. In Kinc and Maguires microphone, on the contrary, a guard-ring arrangement, such as that sketched in Fig. 1, largely eliminates edge effects, thereby ensuring the validity of well-known standard relations for plane condensors, even for large, and therefore accurately measurable values of d.

Preliminary experiments showed the possibility of a very accurate, absolute, low-frequency calibration, the total errors being not greater than  $0.2-0.3\,\mathrm{dB}$ . The calibration is then extended to the whole audio-frequency range by a conventional actuator.

As the generation and calibration of a relatively high voltage is not a problem at low frequencies (i. e. at the main frequency), the method proves to be in many respects more simple, easy and straightforward than standard reciprocity or pistonphone procedures.

A further investigation of the various sources of residual errors is in progress and it is hoped to communicate the results soon.

(Received March 1st, 1960.)

G. B. MADELLA Istituto di Fisica Tecnica Università di Pisa

#### References

- [1] King, A. J. and Maguire, C. R., Acustica 1 [1951], 123.
- [2] MADELLA, G. B., J. acoust. Soc. Amer. 32 [1960].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> The term "transimpedance reciprocity calibration" is used here in contrast with "selfimpedance reciprocity calibration methods, both relying upon reciprocity. For a discussion of this subject see reference [2].

Bemerkungen zur Arbeit "M. HECKL, Schallabstrahlung von Platten bei punktförmiger Anregung." Acustica 9 [1959], 376.

In der angeführten Arbeit wird Gl. (30) der Arbeit "E. Skudrzyk, Sound radiation of a system with a finite or an infinite number of resonances", J. acoust. Soc. Amer. 30 [1958], 1175, Gl. 30 (Berichtigung eines Faktors  $\sqrt{1/2}$  in: "Noise and vibration insulation of a system with many resonances", J. acoust. Soc. Amer. 31 [1959], 70, Gl. 158), unberechtigterweise kritisiert.

Die Schwingungsamplitude einer großen Platte hängt nicht davon ab, ob die anregende Kraft genau in ihrem Zentrum angreift, oder daneben. Wenn aber die Kraft im Zentrum angreift, werden nur halb soviele Eigenschwingungen, und zwar alle mit gleicher Amplitude angeregt. Diese Anregebedingung vereinfacht die Rechnung. Heckl kommt zum gleichwertigen Ergebnis durch Mittelung über die verschiedenen Anregestellen. Da sowohl die Rechnungen Heckls, als auch die des Unterzeichneten korrekt sind, müssen auch die Ergebnisse identisch sein. Tatsächlich geht Heckls Ausdruck in Gl. (32) in die kritisierte Gl. (30) über, sobald gleiche Parameter eingeführt werden. Heckls Resultat ist:

$$P_{\rm b1} = \frac{\varrho_0 \, c_0}{4} \, \frac{F_0{}^2 \, k_0}{\varrho^2 \, h^2 \, \omega^2} = \frac{\varrho_0 \, f_0{}^2 \, l^2}{4 \, M^2 \, \omega}$$

mit  $f_0 = F_0 b$ , als Gesamtkraft und

$$M = \varrho h l b$$
,  $k_0 = \omega/c_0$ .

SKUDRZYK's Formel lautet:

$$\begin{split} P_{\text{b1}} &= \frac{1}{2} \frac{p^2}{\varrho c} \ l = \frac{l}{2 \varrho c} \left( \sqrt{q_{\nu}} \sqrt{2} \varrho_0 c_0 f_0 / \sqrt{\omega_a \omega} M \right)^2 \\ &= \frac{1}{4 (\pi/2)} \frac{\varrho_0 f_0^2 l^2}{\omega M^2} \end{split}$$

mit  $q_v = 1/2$ ,  $\omega_a = 2 \pi c_0/2 l$ .

Der Faktor  $\pi/2$  im Nenner der letzten Formel ist, wie man auf Grund von Heckes Integral in Gl. (11) leicht zeigt, auf die Voraussetzung einer endlich großen Platte zurückzuführen, für die der Strahlungswiderstand den Wert  $\varrho$  c erreicht, aber in einem größeren Frequenzbereich nicht wesentlich übertrifft. Hecke dagegen setzt eine unendlich große Platte voraus, mit dem Strahlungswiderstand

$$r_{\rm s} = \frac{\varrho \, c \, k_0}{\sqrt{k_0^2 - k^2}}.$$

Die Unendlichkeitsstelle in dieser Formel ist durch die aus großer Entfernung kommende, streifend verlaufende Schallenergie bedingt. Nähert man die Ergebnisse Göselle's <sup>1</sup> über den Strahlungswiderstand  $r_{\rm st}$  der eindimensional schwingenden endlichen Platte durch die Ausdrücke an:

$$\begin{split} r_{\rm st} &= \frac{\varrho \, c}{\sqrt{1-(k_{\rm gr}/k)^2}}, \quad \text{für} \quad k/k_{\rm gr} < \alpha \,, \\ r_{\rm st} &= \frac{\varrho \, c}{\sqrt{1-\alpha^2}}, \quad (1-\alpha) < k/k_{\rm gr} < 1 \,, \end{split}$$

<sup>1</sup> K. Gösele, "Schallabstrahlung von Platten, die zu Biegeschwingungen angeregt sind". Acustica 3 [1953], 243. so erhält man als wirksamen Wert des Strahlungswiderstandes (durch Einsetzen in die erwähnte Formel Heckles) den Ausdruck

$$\varrho\; c \left[ \sin^{-1}\alpha + \; \frac{(1-\alpha)}{\sqrt{1-\alpha^2}} \right].$$

Den von Gösele berechneten Kurven entnimmt man dann  $\alpha{\approx}0,87$  und  $\alpha{\approx}0,41$  für die Fälle  $b/\lambda_{\rm gr}=30$  bzw.  $b/\lambda_{\rm gr}=3$ . Mit diesen Werten ergibt sich für den Strahlungswiderstand statt des Wertes  $\pi\,\varrho\,c/2$  der Wert  $1,32\,\varrho\,c$  bzw.  $1,07\,\varrho\,c$ . Der Strahlungswiderstand nähert sich daher mit abnehmender Plattengröße zusehends dem Wert  $\varrho\,c$ . Dieser Schluß gilt allerdings nur unter der Annahme, daß der Schalldruck der endlich großen Platte nach den Eigenfunktionen der Platte entwickelt werden kann, was nur näherungsweise zutrifft.

Die übrigen Rechnungen HECKLS beziehen sich auf die in einem Quader eingeschlossene Platte. Die Lösung stellt daher das Schallfeld einer durch Spiegelung an den Quaderwänden gewonnenen, unendlich großen Platte dar. Die Rechnung ist daher auf den Strahlungswiderstand der unendlichen Platte aufgebaut. Trotzdem gelangen auch für den zweidimensionalen Fall beide Arbeiten, bis auf einen Faktor 1/2, zu gleichen Ergebnissen. Physikalisch und methodisch sind die Ableitungen in beiden Arbeiten sehr ähnlich; das mathematische Handwerkszeug ist insofern verschieden, als die Rechnungen des Unterzeichneten einer allgemeinen Behandlung des Schwingungsproblemes angepaßt sind.

Betrifft Fußnote Seite 372: Der Unterzeichnete lehnt es ab, und fühlt sich auch außerstande, Autoren zu erwähnen, die belanglose Teilprobleme seiner Arbeiten vor ihm behandelt haben mögen oder Teilprobleme behandeln, die selbst in ihren Arbeiten nur eine untergeordnete Bedeutung haben, wie im vorliegenden Fall. Nachdem komplizierteste Strahlungsprobleme sowie die Schallabstrahlung von Membranen mit Knotenlinien von H. Stenzel, J. Meinner, M. J. O. Strutt und A. J. Kingbehandelt worden sind, stellt die bloße Berechnung der eindimensional schwingenden Platte nur noch eine Schulaufgabe dar, die nicht mehr erfordert als das Eintragen einer Sinusverteilung in das Rayleighintegral und das Ablesen der Lösung in einer Integraltabelle. Die Arbeit Göseles geht aber weit über diesen Fall hinaus.

EUGEN J. SKUDRZYK

Erwiderung zu den Bemerkungen von Herrn Prof. Dr. E. J. Skudrzyk.

Der Verfasser stimmt mit Herrn Skudrzyk darin überein, daß der Unterschied der von beiden Autoren erhaltenen Ergebnisse nicht darauf zurückzuführen ist, daß in beiden Arbeiten der Einfluß der Anregestelle etwas verschieden erfaßt wird. Der Unterschied liegt vielmehr in der andersartigen Erfassung des Strahlungswiderstandes. Herr Skudrzyk nimmt für alle Eigenschwingungen, deren doppelter Knotenabstand größer als eine Schallwellenlänge ist, den Wert  $\varrho$  c als durchschnittlichen Strahlungswiderstand an. In der Arbeit des Verfassers wird dagegen das für die verschiedenen Eigenschwingungen verschiedene Abstrahlverhalten berücksichtigt. Aus diesem Grunde ergeben die Formeln des Verfassers — wie von Herrn Skudrzyk oben angegeben — um die Faktoren  $\pi/2$  bzw. 2 höhere Werte. Diese Unterschiede treten nicht nur bei dem untersuchten Modell einer in einem Quader eingeschlossenen Platte auf, son-

dern z.B. auch bei einer schwingenden Platte in einer unendlich großen starren Wand. Auch bei einer frei schwingenden Platte, bei der eine strenge Rechnung wesentlich schwieriger ist, dürften die Formeln des Verfassers eine gute Näherung darstellen.

Der Verfasser bedauert den letzten Teil der Bemer-

kungen von Herrn Skudryzk, da die Fußnote auf Seite 372 nicht als Kritik gedacht war. Es sollte nur genauso wie das bei anderer Gelegenheit in der Arbeit geschah — darauf hingewiesen werden, daß zwei Autoren dasselbe Ergebnis erhalten.

M. HECKL

# 25 jähriges Bestehen der Kommission für Akustik an der Akademie der Wissenschaften der UdSSR

Die Kommission für Akustik an der Akademie der Wissenschaften der UdSSR — die erste wissenschaftlich-technische Vereinigung der sowjetischen Akustiker — kann im Dezember 1960 auf ein 25jähriges Bestehen zurückblicken. Die Kommission und ihre wissenschaftlichen Abteilungen für physiologische Akustik und für Akustik der Sprache umfassen etwa 40 ständige Mitglieder, während für einzelne Gebiete der wissenschaftlichen und organisatorischen Tätigkeit noch viele andere Akustiker herangezogen werden.

Von 1936–1941 unterstand der Kommission die akustische Projektierung des einzigartigen Bauwerkes — des Palastes der Sowjets — und auch ebenso die Leitung der theoretischen und experimentellen Untersuchungen bei komplizierten Fragen seiner akustischen Ausbildung. Die Kommission hatte auch die akustische Expertise beim Projektieren und Bau von Großbauten ausgeführt, darunter von dem Palast für Wissenschaft und Kultur in Warschau und der Universität in Moskau.

Die Kommission befaßt sich mit der Herausgabe von Abhandlungen über Akustik; unter diesen muß man die "Trudi Akustitscheskoj Komissii", die erstmalig in der UdSSR erschienenen Fachsammelwerke über wissenschaftliche Arbeiten, nennen, die 1955 in die "Akustitscheski Zhurnal" umgewandelt wurden, sowie die "Problemy physiologitschoy Akustiky" und andere Werke über akustische Bibliographie und Sprachakustik. Insgesamt wurden etwa 150 Druckbogen mit einer Gesamtauflage von 20 000 Exemplaren verlegt.

Die Kommission nimmt eine führende Stellung bei der Organisation von wissenschaftlichen Beratungen ein. Sie hat über 30 Beratungen verschiedener Art vorbereitet und durchgeführt und auch in den Jahren 1957 und 1958 über 160 Vorträge veranstaltet.

Die Kommission leitet die Arbeiten für Standardisierung im Bereich der Akustik, die in der Sowjetunion für den Internationalen Normenausschuß (ISO) und für den Internationalen Ausschuß für Elektrotechnik (IEC) durchgeführt werden, und nimmt Anteil an internationalen Kongressen und Beratungen über Akustik.

Die Tätigkeit der Kommission kann als ein Abbild und Kennzeichen des Wachstums und der Entwicklung der sowjetischen Akustik betrachtet werden, die im Laufe der letzten Jahre in der UdSSR viele Erfolge zu verzeichnen hatte.

Der erste Vorsitzende dieser Kommission war das Akademiemitglied N. N. Andrejew.

N. N. Andrejew

#### Colloque sur le bruit des Machines

Organisé par le Groupement des Acousticiens de Langue Française, à Paris du 9 au 12 décembre 1959

Ce Colloque spécialement dirigé par M. Baron, Président du G.A.L.F., a été extrêmement vivant.

Suivant une heureuse initiative, les différents sujets traités classés par rubrique étaient précédés d'un exposé de base fait par un spécialiste.

La séance inaugurale était présidée par M. Roy, Membre de l'Institut, Directeur de l'Office National de Recherches Aéronautiques.

Le Sommaire des travaux donnera une idée de l'importance et de la variété du colloque. Pour recevoir les divers jeux des communications, on s'adressera au Groupement des Acousticiens de Langue Française, Batterie de la Pointe, Palaiseau, Seine et Oise.

#### Liste des conferences:

A. Techniques de mesure — Codes d'essais — Reglementations. Baron: Exposé de base, Kobrinski et Avezard: Mesure et analyse semi-automatiques de champs sonores de grande intensité, François: Détection et étude d'une source de bruit dans une ambiance complexe, Bruckmayer: Faut-il, dans les codes d'essais, considérer l'influence sur le bruit et les vibrations des conditions d'installation de la machine? Baron: Quelques codes d'essais et réglementations établis par Electricité de France — Leurs justifications — Possibilités d'amé-

liorations, Riety: La chambre sourde du Conservatoire des Arts et Métiers, Gaillard: Description d'une chambre sourde destinée à l'essai de moteurs électriques de petite et moyenne puissance, Delhaye: Description d'une chambre sourde destinée à l'essai de moteurs électriques et de transformateurs de moyenne puissance, Poirier: Description d'une chambre sourde destinée à l'essai de moteurs électriques de grande puissance, Bohm: Aspects physiques et physiologiques du bruit des turbo-alternateurs — Quelques expériences de réduction du bruit.

- B. Reducteurs et engrenages. RAPIN: Exposé de base, NOEL: Les bruits de réducteurs dans les compartiments de l'appareil propulsif des bâtiments à vapeur.
- C. Roulements, paliers, forces de balourd. Gaillard: Exposé de base, Mazet: Bruit des roulements, Carre et Baudet: Procédé industriel précis et rapide pour le contrôle des roulements au bruit, Pichaud: Les améliorations apportées dans la fabrication des petits roulements pour obtenir un fonctionnement plus silencieux, Unterberger: Bruit des roulements, Molle: Influence du type de paliers sur le bruit global d'un ventilateur centrifuge, Bigret: Forces tournantes et acoustique.

- D. Ventilateurs et compresseurs rotatifs. Brillouin: Exposé de base, Riollet: Les lois d'émission sonore des ventilateurs et soufflantes, Combe: Une contribution efficace à la diminution de la puissance sonore émise par les ventilateurs et compresseurs centrifuges: le diffuseur rotorique, Ponsonnet: Comparaison de deux types de ventilateurs au point du vue bruit, Bigret: Résultats d'études acoustiques expérimentales sur compresseurs centrifuges. Performances aérodynamiques et acoustiques, Lebrun: Réduction du bruit dans les ventilateurs hélicoïdes de grande puissance, Colombaud: Réduction de bruit obtenue sur les ventilateurs de moteurs de traction des locomotives Diesel électriques 060 DA, François: Expériences de réduction du bruit des ventilateurs par modifications constructives.
- E. Machines Outils. Rapin: Exposé de base, Berthoud: Considérations sur les possibilités de réduction du bruit produit par les machines-outils.
- F. Machines a piston. Thiry: Exposé de base, Vich-NIESKY: Bruit de combustion dans les moteurs, Le Guen: Les bruits mécaniques dans les moteurs.
- G. Moteurs electriques. François et Delhaye: Exposé de base, Gaillard: Application pratique de la théorie des bruits magnétiques Difficultés dans la détermination des fréquences de résonances, Andre: Etude systématique du bruit de moteurs à courant continu, Blanchardie: Réduction du niveau de bruit des gros moteurs rapides, Andre: Réduction du bruit du volant d'un groupe Ilgner de laminoir, Delhaye: Réduction du

bruit de ventilation de groupes convertisseurs de bord, Gaillard: Réduction du bruit de moteurs électriques par aménagement de la construction normale, ou par exécution de construction spéciale. Résultats et prix de revient.

- H. Reduction des bruits d'ecoulement par l'utilisation de silencieux. Brillouin: Exposé de base, Thiebault: Les silencieux pour moteurs à explosion, Joanny: Silencieux d'admission pour moteurs à pistons, François: Champs d'application respectifs des silencieux à absorption et des silencieux à résonateurs, Brillouin: Silencieux à l'aspiration de générateurs à pistons libres, François: Silencieux pour purge de vapeur à haute pression.
- I. Reduction du rayonnement des bruits d'origine mecanique. LIENARD: Exposé de base, OBERST: L'amortissement des vibrations en flexion dans les constructions métalliques au moyen de matériaux viscoélastiques, Stankiewicz: Applications pratiques de produits d'insonorisation et de matelas isolants pour l'atténuation des bruits dans les entreprises industrielles, Colombaud: Réduction de bruit obtenue dans la cabine de conduite des autorails 600 Ch et R.G.P. bimoteurs par la mise en place d'un capot enveloppant la transmission mécaniquen, BAUER: Quelques réalisations dans le domaine de la réduction du bruit des machines par capotage, Gas-QUET: Réduction du bruit provenant du fonctionnement d'une turbine à gaz, Bigret: Deux exemples d'isolation phonique, Colombaud: Réalisation d'un caisson insonorisé pour sertisseuse à bandages.

#### Compte rendu de livre

Acoustique musicale, Marseille 27, 28 et 29 mai 1958; Editions du Centre National de la recherche Scientifique, 13 Quai Anatole France, Paris VII<sup>e</sup>, 1959, 264 pages 18 × 23 cm, Prix 3400 frs.

Dans le cadre des Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique s'est tenu à Marseille, les 27, 28 et 29 mai 1958, un Colloque International d'Acoustique Musicale, organisé par M. F. Canac, Directeur du Centre de Recherches Scientifiques, Industrielles et Maritimes de Marseille.

Le Colloque portait sur deux points précis: 1° Théorie de la Gamme et Valeur des accords;

2° Physique des instruments à cordes et à vent.

Tout ce qui est relatif à l'utilisation de l'électricité pour réaliser des émetteurs ou des récepteurs acoustiques était écarté. Un nombre restreint de spécialistes particulièrement qualifiés avait été invité.

Les diverses communications qui se complétaient et qui ont donné lieu à des interventions très vivantes ont permis d'avoir une large vue d'ensemble sur l'évolution des gammes. Celles-ci se rattachent, d'une part à des théories physique et mathématique bien déterminées, et d'autre part à un certain sentiment musical relativement flou, difficile à définir, variable d'ailleurs avec les individus et les époques et qui intervient dans la détermination des notes et l'expression des accords conjointement avec des données mathématiques précises.

Au début, c'est bien la gamme Pythagoricienne dérivant de quintes successives qui sert de base à la musique. Dérive-t-elle d'observations physiques faites sur les sons donnés soit par des cordes dont les rapports de lon-

gueur sont simples, soit par des flûtes actionnées plus ou moins fortement (quintoiment), ou faut-il voir certaine prédisposition du cerveau à être satisfait de l'écoute de rapports simples? Ces trois suppositions sont vraisemblables et ne s'excluent pas l'une l'autre. Il n'en est pas moins vrai que la gamme de Pythagore sert encore de base pour accorder la partie centrale de nos pianos. Elle convient bien à la dynamique de la mélodie, bien que des bas-reliefs nous prouvent l'existence en Égypte de véritables concerts de harpes donnant au même instant des notes différentes.

La musique harmonique plus statique a conduit à rechercher les timbres donnés par les diverses notes d'un instrument, et à en déduire alors pour la gamme des séries de notes ayant entre elles certaines parentés mais qui finalement diffèrent plus ou moins des notes de Pythagore. Au XVIe, et au XVIIe siècle, les deux systèmes qui semblent avoir des bases physiques et mathématiques solides sont à peu près également employées. Jean-Jacques Rousseau, comme Euler, discernent bien au XVIIIe siècle leur antimonie. Et c'est pour la résoudre que Bach utilise le compromis de la gamme tempérée.

Depuis, nous sommes astreints à n'utiliser que les 12 notes de la gamme du piano. Nous ne connaissons plus que deux modes: le majeur et le mineur, alors que les Grecs en avaient trois avec un grand nombre de tonalités. Sans doute les «transpositions» sont désormais possibles sans changer le caractère de la musique. Mais bien des finesses nous échappent. Le septième harmonique par exemple disparaît. C'est une musique de compromis. Sans doute notre oreille finit-elle par s'y habi-

tuer. Mais la tolérance n'est-elle pas au fond un manque de finesse?

La musique iranienne qui fait intervenir à peu près des quarts de ton est un exemple de musique orientale, plus riche que la nôtre en possibilité d'expression.

Suivant les travaux de Huygens et d'Euler, une gamme à 31 notes offre au compositeur un matériau musical encore plus riche, satisfaisant à des lois précises tout en donnant de grandes possibilités d'exécution. Cette «libération» a été indiquée au Colloque par M. Barkechli et M. Fokker qui ont donné en exemple des auditions particulièrement intéressantes.

D'autres perspectives d'avenir ont été ouvertes par les études physiques des instruments de musique. En quoi un Stradivarius par exemple est-il meilleur qu'un mauvais violon? Qu'est-ce qui le caractérise? Dans un violoncelle, une flûte, un instrument de cuivre, quels sont les facteurs qui interviennent pour donner satisfaction à notre oreille? Les connaissant, les fabricants ne pourront-ils pas améliorer leurs instruments?

Des enregistrements très soignés ont permis de déterminer l'importance souvent insoupçonnée de certains organes. Le physicien substituant des méthodes de mesure aux appréciations empiriques jusqu'ici employées peut donner aux fabricants des conseils précieux. Comme l'œil ne suffit plus pour caractériser de façon précise une source de lumière, l'oreille si fine soit-elle, a besoin du secours des instruments du physicien pour chiffrer ce qu'elle perçoit en gros.

Des constructeurs qui ont suivi le colloque nous ont témoigné l'intérêt des communications entendues.

Ainsi, le Colloque a montré que la frontière entre Physicien et Musicien n'était point tout à fait infranchissable. S'il reste encore bien des impondérables dus en partie à l'éducation, le seul fait d'avoir posé clairement bien des problèmes, et d'avoir insisté sur les difficultés, a montré l'utilité de cette réunion. Celle-ci a prouvé d'autre part la possibilité d'études scientifiques des phénomènes acoustiques produits par les instruments de musique. Ils sont extrêmement complexes. On a pu dans bien des cas les analyser.

Il y a là tout un noveau terrain de recherches qui est

apparu de lui-même lors des communications, des discussions et des conversations toujours animées du Colloque.

Les acousticiens ont beaucoup de travail devant eux.

#### Table des matières

A. Théorie de la gamme et la valeur des accords. Barkechli: Quelques idées nouvelles sur la consonance. Forker: Les cinquièmes de tons: les subtilités des lignes mélodiques et l'enrichissement des harmonies. Barkechli: Evolution de la gamme dans la musique orientale. Chailley: Le problème de l'harmonique 7 devant l'histoire musicale. Tanner: Le rôle de la fusion dans l'appréciation de justesse des accords. Winkel: Influence des facteurs psycho-physiologiques sur la sensation de consonance-dissonance. Brillouin: Réflexion sur les problèmes d'acoustique musicale. Tanner: Le problème des rapports simples. Notion de psycharithme. Dussaut: Proposition de quelques réformes en théorie acousticomusicale. Riety: Le vocabulaire d'acoustique d'après la formation de langage musical.

B. La physique des instruments à cordes et à vent. Pimonow: La détermination de la qualité des instruments de musique au moyen du spectre sonore. Tarnoczy: Recherches sur le spectre de l'orgue. Dom Kreps: Les synthèses sonores de l'orgue à tuyaux. Young: Sur l'intonation de divers instruments de musique. Lotter-MOSER: L'examen acoustique des violons dans le Physikalisch-Technische Bundesanstalt. Bladier: Contribution à l'étude du violoncelle. Rimsky-Korsakov: Recherches sur le timbre des violons et guitares et sur l'excitation des vibrations d'une anche d'harmonium. Mgr CARRIERE: Entretien d'un tuyau à anche libre. Abbé GUITTARD: Mesures d'impédance acoustique et de fréquences de résonance par différents systèmes de tuyaux sonores et de résonateurs. MERCIER: Etude de la stabilité des oscillations entretenues dans un tuyau sonore couplé à un tuyau mort. Grützmacher: Le spectre d'un son de cloche. RICHARDSON: L'acoustique des cors et des trompes. Husson: La physique du pavillon pharyngo-buccal dans la phonation.

F. CANAC

# Buchbesprechung

H. Feldmann, Die geschichtliche Entwicklung der Hörprüfungsmethoden. Kurze Darstellung und Bibliographie von den Anfängen bis zur Gegenwart. G. Thieme Verlag, Stuttgart 1960, XII, 96 Seiten, 40 Abbildungen, Gr. -8°, kartoniert DM 19.80.

In dem vorliegenden Buch wird der Werdegang der Audiologie von den Anfängen bis zur Gegenwart beschrieben. Der Verfasser vermittelt einen Einblick in die Probleme der Hörprüfung und die Vielseitigkeit der eingeschlagenen Lösungswege. Da die Ideen, die den Prüfungsmethoden zugrunde liegen, meistens schon überraschend alt sind, war es ein Anliegen des Autors, durch dieses Buch das Andenken an die alten Meister und ihre wegweisenden Forschungen zu bewahren.

Der Inhalt ist in die folgenden Kapitel gegliedert:
1. Hörstörungen und ihre Diagnostik im Altertum und Mittelalter. 2. Die Entdeckung der Knochenleitung und ihrer diagnostischen Bedeutung. 3. Die Entwicklung der Hörprüfung mit Tönen und Geräuschen. 4. Die Methoden der Tonaudiometrie und ihre Entwicklung. 5. Die Entwicklung der Hörprüfung mit Sprache.

Das mit Sorgfalt zusammengestellte Literaturverzeichnis von über 500 Titeln erleichtert dem Leser die Einarbeitung in ein spezielles Gebiet. Eine große Anzahl von interessanten Abbildungen verdeutlicht die Entwicklung der Audiologie. Dem vorzüglich ausgestatteten Buch ist eine weite Verbreitung zu wünschen.

H. G. DIESTEL